Fourier, de Révolution en Académie

par Idriss Mazari
Docteur en Mathématiques, Paris Sorbonne Université,
Chercheur à la Technische Universität de Vienne

***Figure 1 :* Joseph Fourier en habit de Préfet, attribué à Claude Gautherot (1769-1825)** *(Musée municipal d'Auxerre)*

Cet article n'est pas une présentation exhaustive de la vie de Fourier ni de ses travaux scientifiques ; pour une approche systématique de la vie de l'homme, de sa dimension politique, de ses ascendants et descendants scientifiques, nous renvoyons au *Fourier, Créateur de la physique mathématique* de Dhombres et Robert, ainsi qu'à *Fourier, 1768-1830: a survey of his life and work* de Grattan-Guinness et Ravetz. Nous nous proposons, plus modestement, de mettre en exergue ici quelques repères biographiques et scientifiques saillants, en laissant au lecteur ou à la lectrice la liberté d'explorer à son gré les sources que nous mentionnons en bibliographie.

La vie de Fourier pousse naturellement à s'enthousiasmer pour l'époque – les époques serait plus juste – qu'il a traversée et parfois marquée, mais fait naître une certaine perplexité : comment un homme qui a si intensément vécu la période critique du XVIII^e siècle finissant, qui s'est associé à l'action du Comité de Salut Public, qui a participé comme scientifique à l'expédition d'Égypte, comme préfet à la période napoléonienne, comme membre puis secrétaire de l'Académie des Sciences à la vie scientifique européenne, comment un homme qui a proposé un formalisme d'une élégance et d'une efficacité aujourd'hui incontestées pour approcher l'analyse des fonctions et dont la postérité a été un incroyable foisonnement créatif, a-t-il pu si longtemps rester dans l'oubli ? Comme le souligne Kahane dans *Le retour de Fourier* (2005), les piques d'un Hugo prédisant, en matière de postérité, la victoire de Charles Fourier l'idéologue sur celle de Joseph Fourier le scientifique – ce dernier condamné par l'illustre auteur à prendre la poussière dans les greniers de l'histoire –, les différentes querelles d'ordre épistémologique qui ont pu l'opposer à certains des éminents représentants de la relève de l'école mathématique européenne – l'Allemand Jacobi en tête –, l'éloge, certes vibrant, d'Arago à son prédécesseur comme secrétaire perpétuel à l'Académie, mais qui ne fait quasiment pas mention des séries de Fourier : tout semble indiquer que, dès après sa mort Fourier, et avec lui son œuvre, furent jugés négativement. Seul Auguste Comte lui reconnaîtra d'emblée un rôle majeur dans les apports de la science à la société, tant les conceptions de Fourier, que nous explorerons plus avant, faisaient de lui un savant positiviste (sans le savoir). Et pourtant. Trop expérimental pour les mathématiques qui commençaient alors à se définir par leur rigueur, le travail de Fourier a été à l'origine de l'article de Dirichlet sur la convergence des séries de Fourier, parfois salué comme le premier article parfaitement rigoureux d'analyse, de la thèse de Riemann, d'une bonne partie des théories de l'intégration, de Riemann à Lebesgue, de la théorie des ensembles... et, chez les physiciens, d'une pléthore de travaux, qu'il s'agisse de l'étude des vibrations par Rayleigh, du principe d'incertitude d'Heisenberg, d'une partie de la mécanique quantique, ou, dernier en date, de la révolution des ondelettes. Il est sans doute raisonnable de dire qu'aucun mathématicien, ni aucun physicien, n'ignore après son premier cycle d'études, l'existence de Fourier le scientifique qui faisait sans doute de la physique, assurément des mathématiques, et dont la « preuve » qu'une fonction compliquée se décompose en superposition de fonctions simples ne laisse de surprendre et d'émerveiller.

De l'inconvénient d'être né Fourier (1768-1789)

Peu disert de manière générale, Fourier ne s'est pas souvent étendu sur sa jeunesse, et notre connaissance de cette époque de sa vie est nécessairement parcellaire ; plusieurs anecdotes ne sont connues que par des témoignages indirects (notamment par l'*Éloge historique de Joseph Fourier* d'Arago en 1833), cependant des zones d'ombres subsistent sur le destin des autres membres de sa famille, et nous nous permettons de passer sur ce début de vie de manière succincte.

Retenons que Jean-Baptiste Joseph Fourier naît le 21 Mars 1768 à Auxerre, d'un père tailleur qui, quoique de condition modeste, savait manifestement écrire, comme en atteste la signature du contrat de mariage. En 1778, c'est, avec la mort de leur mère, la vie de toute la fratrie qui se trouve bouleversée puisque, quelques semaines après, le père disparaît à son tour. Les différents biographes semblent perplexes quant au parcours du père dans les temps qui suivent immédiatement son départ ; la seule certitude est que sa mort est attestée en 1779. Tout pousse à penser à un suicide, à la suite d'une faillite financière. L'organiste de la cathédrale d'Auxerre, Joseph Pallais, prend les orphelins sous son aile et fournit à Jean-Baptiste une première éducation solide. Les talents précoces de l'enfant lui attirent l'attention du clergé local : l'évêque d'Auxerre, en tirant parti d'une parenté supposée de l'enfant avec un prêtre lorrain connu pour ses œuvres caritatives, peut lui accorder une aide matérielle et lui faire intégrer le Collège Royal d'Auxerre. Dans cette institution, Jean-Baptiste apprend plus que des rudiments de latin, de lettres et, fait notable pour l'époque, de mathématiques. À une époque où les cours de mathématiques étaient pour la plupart optionnels dans le royaume, dispensés les dimanches quand ils existaient, cet enseignement a marqué le jeune homme. L'image d'Épinal qu'Arago présente d'un jeune garçon si brillant en latin qu'il composait à douze ans les sermons de dignitaires ecclésiastiques, si enthousiaste qu'il subtilisait des bouts de chandelle pour étudier, la nuit et à l'abri des regards des surveillants, ses manuels de mathématiques, cette image donc est tentante puisqu'elle contient, en germe, certains des traits de caractère qui seront ceux de Fourier une fois devenu homme : ses qualités rhétoriques, dont il fera preuve tant dans la *Description de l'Égypte* que dans les discours qu'il aura à prononcer, et sa ténacité scientifique, qui s'exprimeront pleinement pendant la période grenobloise.

@@@@@@@

Le Collège d'Auxerre est bien fourni en ouvrages de mathématiques puisque l'on trouve dans la Bibliothèque de l'établissement les manuels de Bézout et de Clairaut, grands classiques de l'éducation scientifique du XVIIIe siècle. Après un bref passage (infructueux vu sa durée) à Paris, Fourier, en 1785, est nommé instructeur en mathématiques à l'école militaire d'Auxerre et commence ses recherches sur un sujet qui l'accompagnera une bonne partie de sa vie, les équations algébriques. Un choix – plutôt contraint – s'offre à lui : rejoindre les ordres ou l'armée. C'était pour lui la carrière militaire qui offrait le plus d'attraits, puisque c'était notamment dans les écoles militaires qu'il pouvait espérer une solide formation en sciences. Malheureusement, la rigidité sociale de l'Ancien Régime finissant lui ferme les portes de l'Artillerie ; apocryphe sans doute, cette réponse que, selon Arago, le mathématicien Legendre aurait obtenue du Ministre de la Guerre après avoir plaidé la cause du candidat : « Fourier n'étant pas noble, ne pourrait entrer dans l'artillerie, quand il serait un second Newton ! », elle n'en demeure pas moins représentative d'un état d'esprit. Isolé, le jeune Fourier n'a d'autres ressources que de se tourner vers les ordres et entre ainsi comme novice à l'abbaye de Saint-Benoît-sur-Loire en 1787. Pourquoi n'est-il pas resté enseignant à ce moment ? Nous n'avons pas d'information précise. Son poste était un poste subalterne, peut-être voyait-il dans la carrière ecclésiastique plus de chances de réussite ? Aucun élément ne permet de corroborer cette thèse. Hypothèse plus généreuse : il se serait agi d'une vocation sincère. Là non plus, à moins de considérer que cette vocation ait été extrêmement brève, rien ne permet d'étayer cette proposition. A-t-il été pressé par l'argent, Joseph Pallais lui aurait-t-il coupé les vivres ? Même réponse. De ce tuteur, Fourier ne parlera plus sa vie durant, ni en bien, ni en mal.

Figure 2 : ***Abbaye de Fleury, Saint-Benoît-sur-Loire*** *(WikiCommons cc-by-sa 3.0 auteur Gilbertus)*

Fourier a en quelque sorte réussi à devenir l'archétype des jeunes talents empêchés dans leurs ambitions par le carcan social de l'Ancien Régime, et qui ont su profiter du rebattage des cartes que la Révolution provoquerait deux ans plus tard. Mais pour le moment, dans son abbaye, le jeune bénédictin qui n'a pas encore prêté serment se désole. Quoique les bibliothèques du lieu contiennent plusieurs ouvrages dignes d'intérêt, aucune des dernières recherches n'est disponible. Il s'accroche néanmoins, enseigne un peu de science à ses condisciples, et produit un mémoire sur les équations algébriques qu'il n'envoie pas de suite à l'Académie. Qu'il ne soit pas original, il l'ignore, mais comment le saurait-il ? S'il semble se préparer à prêter serment et à rejoindre l'ordre bénédictin, une profonde mélancolie devant son isolement et, en somme, la petitesse des travaux qu'il a pour le moment accomplis, transparaît à plusieurs reprises dans la correspondance qu'il entretient avec son ancien professeur de mathématiques d'Auxerre, Bonnard. On retiendra, particulièrement, cette sombre lettre du 22 mars 1789, où le jeune homme de vingt et un ans, après s'être plaint du manque d'ouvrages mathématiques récents, après avoir écrit que

> *seul et sans secours, on peut méditer mais non découvrir : souvent de fuir les hommes on en devient meilleur, mais non plus savant; le cœur y gagne et l'esprit y perd*

ajoute, en post-scriptum, une phrase qui marque bien son état d'esprit:

> *Hier, j'ai eu 21 ans accomplis ; à cet âge Newton et Pascal avaient acquis bien des droits à l'immortalité.*

L'ENSEIGNANT ET LE JACOBIN (1789-1795)

Mais nous sommes en 1789. En 1786, les accords de libre-échange avec l'Angleterre avaient créé une grande tension dans la population. Les finances du royaume étaient plus opaques que jamais. Un an auparavant, en 1788, le pouvoir royal portait un coup de plus aux parlements en arrêtant deux membres du Parlement de Paris en plein Palais de Justice, menant, à Grenoble, ville où Fourier sera Préfet, à la Journée des Tuiles (samedi 7 juin 1788), première des insurrections qui annonçait la Révolution. Louis XVI convoque les États généraux, le tiers état fait sécession, plus tard les privilèges sont abolis, les biens du clergé saisis, les religieux soustraits à leurs vœux. Fourier quitte Saint-Benoît-sur-Loire et retourne à Auxerre ; toujours fidèle à son caractère d'enseignant, il crée et anime une société d'émulation, présente des travaux de savants, y discute longuement de mathématiques, de physique... tout en endossant la chasuble du professeur et en retournant enseigner au Collège de la ville. Si la société d'émulation n'était pas promise à une longue vie, puisqu'elle s'éteindra deux ans plus tard, l'engagement de Fourier dans la refonte du système éducatif s'avérera néanmoins une constante dans sa carrière. Rejoignant les rangs de l'équipe enseignante, il fait partie de ceux qui poussent à modifier les méthodes d'enseignement, où la part de l'apprentissage par cœur devrait être réduite ; il contribue à modifier les contenus des programmes, et taille pour les mathématiques la part du lion. Ce genre de réformes et cette manière de voir les choses sont à la mode, et en passe de devenir un modèle pour la formation d'une nouvelle élite (professeurs, ingénieurs) issue de la Révolution.

Mais il convient également de mettre en exergue son engagement dans le processus révolutionnaire. Lui que l'on trouve parfois décrit comme assez tiède, toujours en retrait politiquement, s'engage au bout de quelques mois dans la Société Populaire d'Auxerre. Le jeune garçon qui écrivait dans son adolescence des sermons est devenu un orateur capable de soulever les passions lorsqu'il parle de l'abolition du gouvernement des prêtres et des rois. Il ne faudrait pas y voir un vil opportunisme ; sa décision est réfléchie, et il lui est impensable de déroger à son devoir et à sa conscience, comme il en fera l'amère expérience. Fin juillet 1792, le manifeste de Brunswick avait poussé l'Assemblée Nationale à déclarer la guerre à la Prusse et à l'Autriche. Le 10 août de la même année, la chute de la monarchie était consommée, la Convention se réunissait dès le mois suivant, proclamant la République. En 1793, les guerres de Vendée et la Chouannerie plongent le pays dans un état de quasi-guerre civile. Un Comité de Salut Public est créé, qui utilisera ses représentants en mission, envoyés dans les départements et détenteurs de grands pouvoirs, afin de dresser un portrait du pays et de dénoncer les contre-révolutionnaires et les suspects. Si l'on garde en mémoire les massacres ordonnés par Joseph Fouché à Lyon, les noyades orchestrées par Carrier à Nantes, certains représentants en mission prennent à cœur leur engagement. Ainsi Fourier : choisi comme commissaire en 1793, il est envoyé à Orléans. Pour avoir défendu des sans-culottes contre Laplanche, lui-aussi envoyé en mission à Orléans mais qui s'était rangé du côté des notables locaux, il est dénoncé à Paris et arrêté. Soutenu par les comités auxerrois, il parvient à se faire renvoyer à Auxerre puis, de nouveau sous le coup d'un mandat d'arrestation, placé en résidence surveillée. Il sortira à la faveur de la chute de Robespierre le 9 Thermidor an II (27 juillet 1794). Retour à sa vie d'enseignant donc, mais l'instituteur ne restera pas longtemps à Auxerre. Il se prépare à retourner à Paris. Ce nouveau bouleversement de vie que constitue l'École normale a été pensé et préparé depuis un certain temps déjà par le Comité de Salut Public. Ce que cette école fait, en parallèle de Polytechnique, c'est, d'un point de vue éducatif, mettre les sciences au cœur de tout enseignement, et d'un point de vue républicain instaurer, justement, une *norme*. Le fonctionnement pourrait nous sembler un peu surprenant, puisque ce sont les membres des districts révolutionnaires qui sont chargés de désigner les élèves qu'ils enverront suivre la formation de l'École normale, et qui devront rejoindre à la fin de cette formation leurs districts d'origine pour y enseigner. Fourier est élu élève de la première promotion de l'École normale par le district de Saint-Florentin (Yonne).

***Figure 3 :* Le Muséum national d'histoire naturelle accueille les cours de l'École normale de l'an III** *(WikiCommons cc-by-sa 2.5 auteur Eric Pouhier)*

APARTÉ : L'ÉCOLE NORMALE DE L'AN III

Précisons un peu le contexte culturel. Lors des guerres révolutionnaires de 1792, les inséparables Monge et Berthollet avaient montré que les connaissances scientifiques pouvaient être mises au service de la Nation en péril, en proposant de nouvelles méthodes d'extraction du salpêtre ; le Comité de Salut Public décrète l'« extraction révolutionnaire du salpêtre », et, plus surprenant, le *Salpêtre Républicain* est ajouté au répertoire des chants révolutionnaires. Nous ne résistons pas à en donner les paroles dans une annexe à cet article. L'*Art de fondre des canons* du même Monge participe de ce mouvement. Place aux Sciences, donc, et à la formation de cadres scientifiques qui doivent être fidèles aux idéaux de la Révolution. De la même manière, il faut réformer l'enseignement et l'assurer dans les écoles où les prêtres, désormais non payés, avaient jusque-là assuré la charge principale.

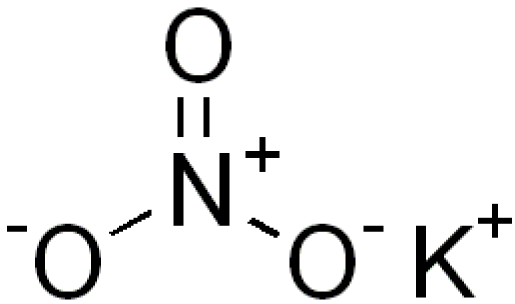


***Figure 4 :* Nitrate de potassium ou de potasse KNO_3, ou nitrite, ou salpêtre**
(WikiCommons domaine public, auteur Edgar181)

La vie scientifique même du pays est incertaine, depuis la suppression de l'Académie des Sciences en août 1793. Le projet du Comité de Salut Public de créer deux écoles qui pussent répondre aux attentes de la Nation en crise prend une forme concrète en 1794 ; en mars, l'École centrale des travaux publics, future École polytechnique, est envisagée. En mai, Barrère rapporte à la Convention la proposition du Comité de créer une École normale qui forme les jeunes qui auront pour mission de répandre les idées de la Révolution en tant qu'enseignants ; les budgets sont votés dans la foulée. À l'École normale de former les futurs enseignants, qui repartiront dans les départements, et à l'École polytechnique de fournir les futurs ingénieurs, appelés à reconstruire la France.

Nous parlerons de Polytechnique plus avant ; concentrons-nous sur l'École normale. Décision est prise que tous les étudiants suivront à l'École normale trois cours de mathématiques, ainsi que neuf autres dans diverses matières (c'est là qu'est créé le premier cours d'économie politique, confié au mathématicien et jacobin A.-T. Vandermonde). C'est sans doute la première fois que les mathématiques apparaissent comme éléments essentiels de la culture. À l'inverse de l'*Encyclopédie* de Diderot et d'Alembert, dans la filiation de laquelle l'École s'inscrit pourtant, aucune place n'est laissée à la technique – exception faite d'un cours d'agriculture certes préparé mais non prononcé ; il sera toutefois imprimé quelque temps après. C'est un des sens de cette normalisation que le nom de l'École revendique : il s'agit de voir toute technique comme produit de la science.

L'École reçoit ses premiers élèves en janvier 1795 ; Laplace, Lagrange et Monge, trois des gloires mathématiques du siècle, sont chargés des cours de mathématiques. Concernant le contenu des enseignements, il s'agit de donner aux étudiants un bagage scientifique qui fassent d'eux des citoyens éclairés ; là où les polytechniciens apprendront des matières plutôt appliquées, plusieurs séances sont par exemple prévues pour les démonstrations de la forme de la Terre à partir des lois de Newton. On attend des étudiants une certaine autonomie, puisqu'il leur est demandé de s'organiser en groupes de travail, dont chacun sera dirigé par un directeur de conférence. De la même manière, l'implication des professeurs est encouragée : les cours ne sont pas imprimés avant d'avoir été prononcés, les enseignants doivent répondre aux questions des étudiants, questions qui seront elles-mêmes imprimées dans les comptes-rendus des cours et, de plus, les enseignants doivent assister aux autres cours. Ce dernier point donne d'ailleurs lieu à une scène intéressante : Laplace, ayant dans une de ses leçons à démontrer le Théorème fondamental de l'algèbre, lève une difficulté que Lagrange avait dans ses propres tentatives rencontrée, en utilisant quasi-uniquement des résultats du même Lagrange, assis dans l'amphithéâtre[1].

L'ÉCOLIER (1795-1797)

Mais revenons à Fourier. Nous ne l'avons pas encore mentionné, mais la différence dans les missions dévolues aux deux écoles se répercute sur les modes d'admission ; Polytechnique conserve des écoles militaires le système de concours, tandis que l'École normale fait, pour sa première promotion, le choix d'un système plus politique, puisqu'il est demandé aux différents districts d'envoyer des élèves choisis par les représentants. Le district de Saint-Florentin, voisin de celui d'Auxerre, prend la décision d'envoyer Fourier à l'École ; ce dernier part pour Paris à la fin de l'année 1794, les cours commençant en janvier 1795. L'École fermera ses portes quelques mois plus tard. On a souvent invoqué des raisons d'ordre

1. Pour plus de détails sur le Théorème fondamental de l'algèbre, ses preuves et ses liens avec la Révolution, on pourra se référer à l'article de J. Dhombres, « Des théorèmes de la Révolution, ou l'inscription des mathématiques dans l'Histoire » (bibliographie infra).

pédagogique : les élèves n'étaient pas assez préparés, les cours d'un niveau bien trop élevé… mais on oublie de mentionner les conditions physiques particulièrement rudes. L'hiver 1794-1795 est un des plus froids de cette fin de siècle, la Seine est gelée pendant tout le mois de janvier, tout comme le vin des carafes ; les étudiants n'ont pas d'autre amphithéâtre que celui du Muséum d'histoire naturelle, trop petit, ou les allées du Jardin des Plantes. Enfin, les raisons d'ordre financier sont aussi déterminantes : beaucoup d'élèves ont, pour rejoindre cette École, abandonné des postes, et les finances ne permettent pas de leur garantir un revenu suffisant le temps de leur séjour à Paris[2].

Pendant les quatre mois que dure l'expérience, Fourier aura l'occasion de se former une culture scientifique plus vaste ; si Lagrange lui semble peu convaincant, si Monge s'écarte à son goût trop de l'esprit analytique et se fonde trop sur la géométrie, il retiendra du cours de géométrie descriptive de ce dernier l'habitude de s'appuyer sur des dessins, et se fera remarquer pendant une séance en posant directement des questions à Monge. L'obligation de prendre les interventions des élèves en note nous a conservé cet échange, dont nous donnons un court extrait :

> *Débat du 11 Pluviôse An III (30 Janvier 1795)*
>
> <u>Fourier:</u> *Après avoir considéré les points, les lignes, les plans, la sphère et la circonférence du cercle, il semble que les définitions de ces divers objets n'aient pas été données d'une manière bien rigoureuse dans les éléments de géométrie ordinaire ; et il me semble que, des considérations qui ont été exposées dans ces leçons de géométrie descriptive, on peut déduire des définitions exactes.*[...] *Je crois , cependant, qu'il est important de définir bien exactement la ligne droite.*[...] *Il me semble que si l'on suppose dans l'espace trois points fixés, et qu'on prenne une série de points, dont chacun soit également éloigné de ces trois points, on aura une ligne droite ; ainsi l'on pourrait dire que la ligne droite est une série de points, dont chacun est à égale distance de trois points donnés.*
>
> <u>Monge :</u> *Citoyen, la clarté avec laquelle tu viens d'exposer tes réflexions et l'exactitude des observations que tu as faites précédemment sur des objets de physique sont une preuve de la sagacité de ton esprit. La définition que tu viens de donner de la ligne droite est rigoureuse.*[...] *Permets-moi cependant de te faire à cet égard quelques observations.*
> *Les considérations dont tu fais usage dans ta définition ont quelque chose de plus compliqué que la ligne droite que tu veux définir ; et elles supposent*

2. On trouvera un bon compte-rendu de la fin de cette expérience dans *L'Ecole normale de l'an III : bilan d'une expérience révolutionnaire* de D. Julia, ainsi qu'au Chapitre X du *Centenaire de l'École Normale* de P. Dupuy.

> *une habitude de la géométrie que l'on ne peut avoir acquise sans la notion de la ligne droite.*
> *Si, pour donner une idée de la circonférence du cercle, je disais qu'elle est la courbe parcourue par le sommet d'un angle droit qui se meut de manière que ses deux côtés soient perpétuellement tangents à une même section conique quelconque, je ferais une définition rigoureuse, parce que cette propriété convient à toutes les circonférences de cercle et ne convient qu'à elles,*[...] *mais cette définition manquerait de simplicité : parce que, pour faire connaître un objet assez simple en lui-même, j'emploierais les relations qu'il a avec d'autres objets beaucoup plus compliqués* [...]*. <u>Il ne suffit même pas que la propriété qui doit servir de base à une définition, soit simple et facile à concevoir ; il faut encore, si cela est possible, et surtout en géométrie, qu'elle fasse image.</u>*

Se révèle alors un Fourier exigeant en termes de rigueur, la pensant nécessaire à la science qu'il est en train d'apprendre, ce qui ne manque pas de piquant pour celui que, trente années plus tard, on attaquera pour ce qui apparaît être des manquements à cette exigence dans ses propres travaux.

Fourier est également nommé directeur de conférences de mathématiques, et doit prendre la tête d'un petit groupe d'étudiants qui se réunit régulièrement. La période n'est pas de tout repos pour lui : la chasse aux Jacobins, aux anciens terroristes comme on les appelle alors parfois, est lancée. Monge lui-même est inquiété, Fourier est incarcéré mais rapidement libéré en juin 1795. Monge le recommande alors comme répétiteur à l'École polytechnique, d'abord pour l'analyse algébrique puis pour le calcul différentiel et la mécanique. Il y montre des capacités de travail hors normes, s'assimilant de nouvelles connaissances à un rythme effréné, préparant chacun de ses cours avec la plus grande minutie ; nous donnons ci-dessous un croquis de Fourier par son élève Dutertre – selon Dhombres la première représentation visuelle d'un mathématicien écrivant une preuve au tableau.

À la différence d'un Monge toutefois, Fourier ne semble pas nouer de liens très proches avec ses étudiants et, si ces derniers louent la qualité de ses cours, il ne rentre pas chez lui accompagné d'élèves avec lesquels il converse, comme cela pouvait arriver à Monge. Nous sommes en 1797, Fourier a 29 ans et la situation semble relativement stable : il a un emploi dans un des lieux de science parisiens, certains grands scientifiques l'ont déjà repéré, mais, évidemment, ce calme ne dure pas et sa vie est chamboulée par l'arrivée de Bonaparte.

***Figure 5 :* Fourier enseignant, par Dutertre** *(courtesy de J. Dhombres)*

L'EXPÉDITION D'ÉGYPTE (1797-1802)

C'est fin 1797, dans une atmosphère d'égyptomanie favorisée par les récits de voyage en Égypte orientalisants de Volney et par le contexte culturel de la Révolution, que la volonté affirmée de défaire la puissance commerciale de l'Angleterre en lui coupant la route des Indes, avait fait germer dans l'esprit des membres du Directoire l'idée d'une expédition de grande envergure en Égypte. Bonaparte est le vainqueur de la campagne d'Italie, auréolé de sa gloire. Pour le moment, il est chargé par le Directoire d'étudier la faisabilité d'une invasion de l'Angleterre par voie maritime mais il revient vite à Paris quand il a vent de ces projets d'expédition. Talleyrand l'appuie et le Directoire le place à la tête de cette mission d'un genre nouveau[3].

De quoi s'agissait-il, outre d'embarrasser les Anglais ? De lancer une vaste entreprise de conquête de l'Égypte (ce sera un échec) accompagnée d'une mission scientifique de recherches portant sur ce pays et son histoire (ce sera une réussite). Napoléon bat le rappel de ses troupes sans jamais dévoiler la destination finale, que seuls quelques membres connaîtront. Plusieurs problèmes d'ordre logistique bloquent l'organisation, mais la machine est en route. L'un des premiers savants que recrute Bonaparte est Monge ; il doit vaincre les réticences de Mme

3. Pour plus de détails sur le contexte culturel de l'expédition, ses préparatifs, nous renvoyons à *L'Égypte, une aventure savante* de Laissus (1998) ainsi qu'au *Dix-huit brumaire* de Gueniffey (2008).

Monge, qui voit d'un très mauvais œil son mari partir à l'autre bout du monde. Mais Monge part tout de même, et avec lui son acolyte Berthollet. Suivent les injonctions à rejoindre le mouvement adressées à d'autres savants, dont Fourier, et aux étudiants de l'École polytechnique. Beaucoup saisissent l'occasion offerte par cette missive laconique :

> *Citoyen, le Directoire exécutif ayant, dans les circonstances, un besoin plus particulier de vos talents et de votre zèle, vient de disposer de vous pour cause de service public. Vous voudrez bien vous préparer et vous tenir prêt à partir à Bordeaux.*

Cette missive, adressée à l'élève Villiers du Terrage, qui la reproduit dans son *Journal et souvenirs d'Égypte*, est rapidement suivie d'une autre, qui lui indique de se rendre à Rome, puis d'une nouvelle qui le dévie vers Lyon. Les élèves, une cinquantaine, se mettent en route avec leurs professeurs, dont Fourier, qui embarque avec lui des Traités de Lagrange et de Laplace. Le voyage jusqu'au port de Toulon se fait dans une ambiance de mystère, le but de l'expédition n'étant toujours connu de personne. Quand ils arrivent à Toulon en mai 1798, une armada remplie d'engins de guerre et de matériel scientifique les attend. Ils embarquent, Bonaparte leur apprend l'objectif du voyage : on imagine qu'un enthousiasme débordant les saisit.

Le général, qui conservera pendant tous ses mandats un attachement profond à ses scientifiques, met un point d'honneur à leur donner un rôle de premier plan pendant l'expédition ; il signe lui-même, après l'énumération de ses rangs militaires, comme « membre de l'Institut », et fait de son mieux pour assurer la cohabitation des corps savant et militaire. Dans les moments de crise, cet équilibre est rompu, les militaires ne comprenant pas ce que ces savants ont à faire là, ne sachant pas même tenir un fusil.

Quand ils débarquent, le 1er juillet 1798, l'objectif dévolu aux savants est clair : moderniser l'administration du pays, dresser des plans pour de futurs aménagements, engranger le plus de connaissances possible. Les étudiants de l'École polytechnique présents sur place continueront leur apprentissage et passeront tout de même leur examen d'entrée aux Ponts et Chaussées, Fourier et Monge assurant les rôles d'examinateurs. Mais c'est à l'Institut du Caire créé dès leur arrivée dans la capitale que Fourier se révèle. Il prend à cœur sa charge de centralisateur des différentes connaissances recueillies par les membres de l'équipe scientifique partis explorer tous azimuts le pays, se charge d'examiner et de présenter les travaux qui lui sont soumis, s'implique dans les débats sur l'histoire de l'Égypte... qui prend de nouvelles couleurs avec les premiers travaux d'égyptologie où les scientifiques se distinguent : une des originalités de cette expédition, c'est la prégnance que prennent les ingénieurs et les scientifiques sur les antiquaires (nom alors donné aux archéologues) et les historiens eux aussi conviés. Pour la première fois, l'enseignement récent de Monge à l'École polytechnique trouve une application plus que concrète, que ce soit pour les fortifications à mettre en place dans les villes quand la situation se tend, à la fois avec les Mamelouks et les Anglais, ou pour réaliser des dessins d'une précision incroyable des lieux visités. Jomard, élève de l'École Polytechnique et membre de l'Expédition d'Égypte, sera par exemple élu à l'Académie des inscriptions et belles-lettres en 1818.

Deux organes de presse voient le jour pour relayer cette partie savante de l'expédition : *La Décade égyptienne*, destinée aux savants de l'expédition, et le *Courrier de l'Égypte*, qui devait remonter le moral des troupes. Ces deux journaux seront la courroie de transmission des découvertes faites dans ce nouveau pays.

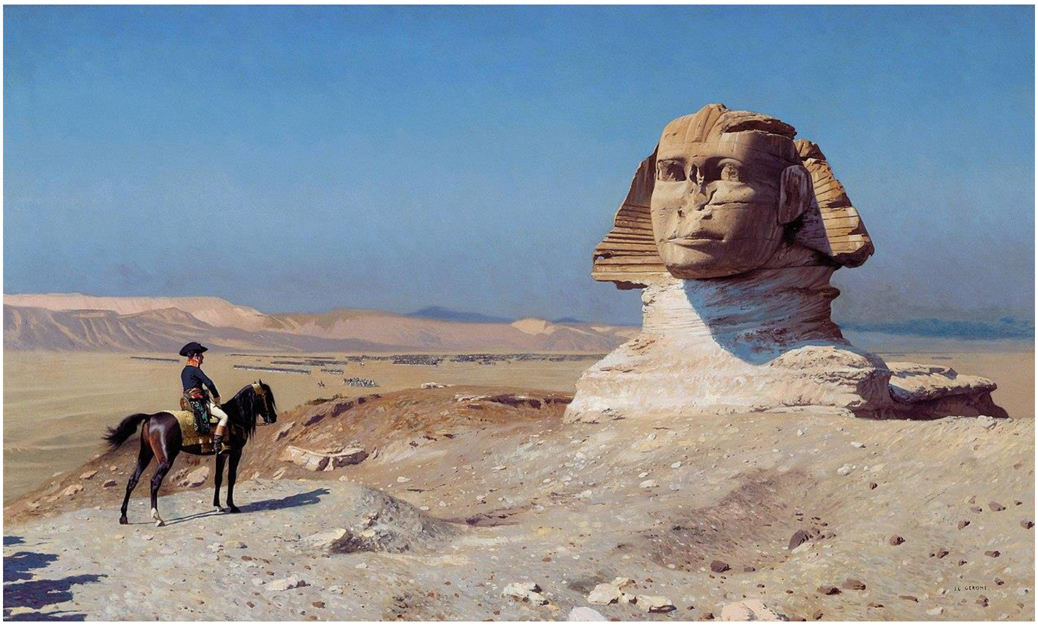
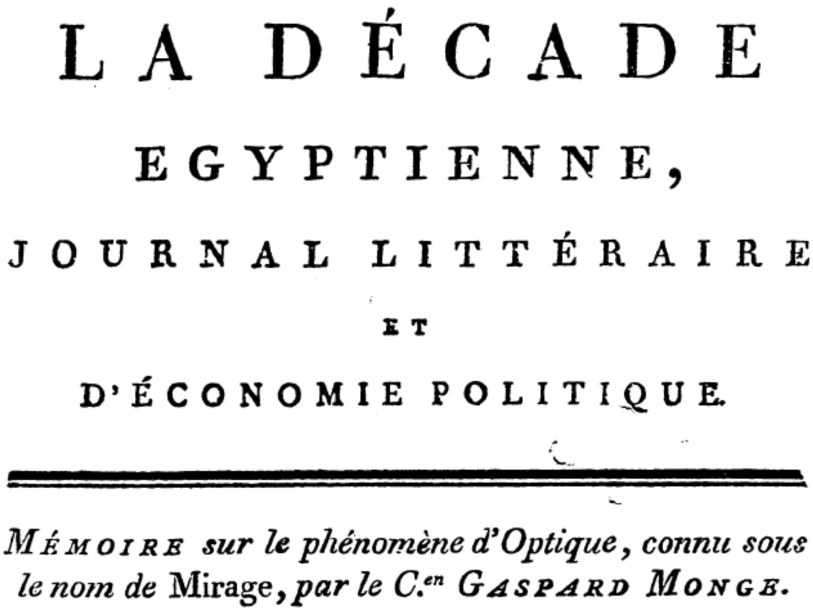


Figure 6 : ***Bonaparte devant le Sphinx par Jean-Léon Gérôme (1824-1904)***
(tableau de 1868, WikiCommons ; Hearst Castle, San Simeon, Californie)

@@@@@@@

Donnons quelques exemples de ces recherches scientifiques. Certaines sont désintéressées, comme le travail sur les mirages entamé par Monge sur la route du Caire, peu de temps après l'arrivée des Français : on y trouve la première description mathématique et explication physique du phénomène.


LA DÉCADE

EGYPTIENNE,

JOURNAL LITTÉRAIRE

ET

D'ÉCONOMIE POLITIQUE.

Mémoire sur le phénomène d'Optique, connu sous le nom de Mirage, *par le C.en Gaspard Monge.*

Figure 7 : **La Décade égyptienne*****, N°2, 1er trimestre, an 7 (1799)***

D'autres encore mèneront à des résultats fondamentaux en physique : le jeune Malus, polytechnicien de la promotion 1794, commence les travaux sur la polarisation de la lumière. Saint-Hilaire répertorie les différentes espèces d'oiseaux. Fourier publie un article sur la vie en Égypte et se révèle planificateur en dressant le portrait de ce que devraient être les zones à explorer et les infrastructures à construire pour moderniser le pays. La découverte de la pierre de Rosette, ainsi que sa description, est relayée dans le numéro 37 du *Courrier d'Égypte:*


COURIER DE L'EGYPTE.

N.° 37.

Le 29 Fructidor, VII.e année de la République.

Figure 8 : En-tête et extraits (ci-dessous) du **Courrier de l'Égypte** ***n°37 (15 septembre 1799)***

Parmi les travaux de fortification que le citoyen Dhautpoul, chef de bataillon du genie, a fait faire à l'ancien fort de *Rachid*, aujourd'hui nommé *Fort-Julièn*, situé sur la rive gauche du Nil, à trois mille toises du Boghaz de la branche de Rosette, il a été trouvé, dans des fouilles, une pierre d'un très beau granit noir, d'un grain très-fin, très-dur au marteau. Les dimensions sont de 36 pouces de hauteur, de 28 pouces de largeur et de 9 à 10 pouces d'épaisseur. Une seule face bien polie offre trois inscriptions distinctes et séparées en trois bandes paralleles. La première et supérieure est écrite en caracteres *hiéroglyphiques*; on y trouve quatorze lignes de caracteres, mais dont une partie est perdue par une cassure de la pierre. La seconde et intermediaire est en caracteres que l'on croit être *syriaques*; on y compte trente-deux lignes. La troisieme et la derniere est écrite en grec; on y compte cinquante quatre lignes de caracteres très-fins, très-bien sculptés, et qui, comme ceux des deux autres inscriptions supérieures, sont très-bien conservés.

Le général Menou a fait traduire en partie l'inscription grecque. Elle porte en substance que *Ptolomée Philopator* fit rouvrir tous les canaux de l'Egypte, et que ce prince employa à ces immenses travaux un nombre très-considérable d'ouvriers, des sommes immenses et huit années de son regne. Cette pierre offre un grand interêt pour l'étude des caracteres hiéroglyphiques; peut-être même en donnera-t-elle enfin la clef.

Fourier se démène toujours autant ; secrétaire de l'Institut du Caire, enseignant, responsable de *La Décade égyptienne*... Ses capacités sont saluées par tous, dans un contexte parfois tendu et défavorable aux savants, tant avec leurs compatriotes militaires qu'avec les populations locales. Ces dernières, en grande partie musulmanes, voient d'un œil suspect la tenue verte (couleur réservée aux descendants du prophètes) des savants et se désintéressent complètement des démonstrations publiques organisées par les savants, comme celle de la montgolfière. Ajoutez à cela les soulèvements locaux des populations, la répression sanglante de l'insurrection du Caire en octobre 1798 et vous obtenez un contexte explosif dans lequel les savants réussissent néanmoins à mettre en place des ateliers, des hôpitaux, à tracer des plans... sous, entre autres, la direction de Fourier.

Le zodiaque de Dendérah

Une des grandes affaires qui l'occuperont à partir de 1799 et qui sera l'occasion de querelles ou collaborations avec Biot ou Champollion est celle du zodiaque de Dendérah. Au hasard d'une course-poursuite avec les Mamelouks, Desaix découvre dans un temple à Dendérah, un zodiaque qui sera reproduit dans la *Description de l'Égypte*, ouvrage dont il sera question dans le paragraphe suivant.

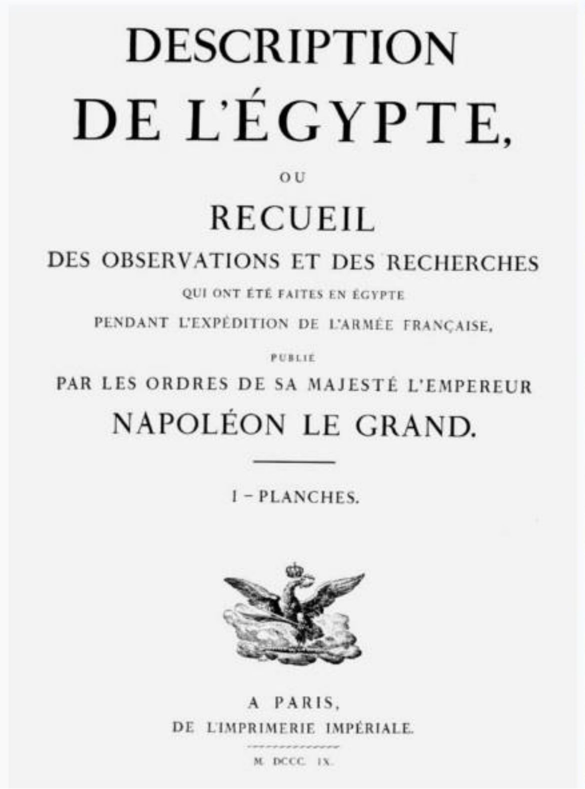
Figure 9 : Le Zodiaque de Dendérah (Description de l'Égypte*, Planches, Vol. V, Tome 4)*

Peu de temps après, deux jeunes polytechniciens, Villiers du Terrage et son compère Jollois se rendent à Dendérah pour en faire un relevé bien plus précis grâce aux méthodes de géométrie descriptive qu'ils ont chevillées au corps. Fourier, à qui ils rapportent leur découverte, tire de leurs observations des remarques frappantes : ce zodiaque, puisque c'est une carte du ciel, peut être daté en utilisant la théorie de la précession des équinoxes perfectionnée par d'Alembert.

C'est le commencement d'un épisode qui court jusque dans les années 1820. Poursuivant cette idée à son retour en France, il en arrive à la conclusion que le zodiaque devait dater d'au moins 2500 ans avant J.-C. Mais, et c'est là un deuxième coup d'éclat, la précision de ce zodiaque indique la profondeur des connaissances scientifiques égyptiennes ; c'est donc que l'Égypte a derrière elle une longue histoire. Et que celle-ci remonte au-delà de cinq millénaires avant J.-C., en contradiction flagrante avec le récit officiel de la Bible. Fourier n'a jamais pris de position publique virulente quant à la religion, mais plusieurs documents retrouvés par J. Dhombres laissent entrevoir qu'il comprenait bien la portée d'une telle découverte. Cette datation sera contestée par Biot, puis définitivement invalidée par Champollion. On est sûrs aujourd'hui que ce zodiaque date du premier ou du deuxième siècle avant J-C.

La Description de l'Égypte

Un second point qui sera déterminant pour la vie de Fourier : après le départ de Bonaparte qui rentre en France préparer son coup d'État, le général Kléber, laissé à la tête des troupes, et les scientifiques décident d'organiser un compte-rendu détaillé de toutes les découvertes et observations faites en Égypte, dans une œuvre aux proportions gargantuesques, la *Description de l'Égypte*. En être responsable suppose une grande capacité d'organisation et un esprit scientifique capable d'embrasser et de structurer dans leurs pertinences spécifiques chacun des domaines développés pendant l'expédition, des aspects sociaux, historiques ou contemporains, aux aspects les plus techniques. Fourier est élu à l'unanimité par les savants. Cette *Description*, dont il assurera la rédaction du discours préliminaire, est à mettre dans la liste de ses grands travaux.


DESCRIPTION
DE L'ÉGYPTE,
OU
RECUEIL
DES OBSERVATIONS ET DES RECHERCHES
QUI ONT ÉTÉ FAITES EN ÉGYPTE
PENDANT L'EXPÉDITION DE L'ARMÉE FRANÇAISE,
PUBLIÉ
PAR LES ORDRES DE SA MAJESTÉ L'EMPEREUR
NAPOLÉON LE GRAND.

I – PLANCHES.

A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE IMPÉRIALE.
M. DCCC. IX.

Figure 10 :** Page de titre de la* **Description de l'Égypte** ***(1809), et célèbre frontispice du premier tome *(WikiCommons)*

LA FIN DE L'EXPÉDITION

Comme nous l'avons évoqué, la situation est de moins en moins favorable aux Français. Auprès de Kléber, Fourier s'impose comme un habile négociateur entre les forces d'occupation et les autorités locales, frayant toujours dans le sillage des dirigeants. Il a pour Kléber une amitié certaine, qui transparaîtra aux obsèques de ce dernier.

Les ennuis ne tardent pas à s'accumuler pour les Français : les populations locales se soulèvent contre l'envahisseur, les Anglais approchent dangereusement... En 1800, Kléber est assassiné. Fourier, qui a conservé son art oratoire de ses années révolutionnaires, prononce un discours vibrant lors des funérailles.

***Figure 11 :* Discours de Fourier aux obsèques de Kleber (bas-relief de la statue de Fourier à Auxerre).** *Ce bas-relief a survécu à la fonte de la statue par les Allemands pendant l'Occupation (Archives municipales d'Auxerre, BN 650).*

Menou succède à Kléber mais n'a pas son charisme et les troupes finissent par se démoraliser. En 1801, une première tentative de départ des savants se solde par un échec ; leur navire est capturé par les Anglais. Fourier est retenu en otage par le Commodore Smith ; les scientifiques sont, eux, renvoyés au port. Fourier s'en sort indemne, on peut supposer que la diplomatie qui le caractérise l'a aidé dans cette mauvaise passe ; mais il revient sans ses documents scientifiques, retenus par le commodore britannique, mathématicien amateur. La pierre de Rosette est perdue. L'armée française est définitivement battue en août 1801.

Retour à Paris donc, après un petit passage en quarantaine. Fourier, qui a sa *Description* à éditer, espère retrouver le poste qu'il occupait en quittant Paris.

Nommé préfet en Isère

Mais arrivé dans la capitale en 1802, après quelques semaines de cours, Berthollet le fait appeler et lui transmet une proposition du Premier Consul. Ce dernier nomme Fourier Préfet de l'Isère. Le jeune Poisson, protégé de Laplace, officie comme remplaçant de Fourier à Polytechnique. C'est le cœur lourd que Fourier se met en route pour Grenoble : Paris, pour lui, c'était la possibilité de vivre au sein de la communauté scientifique, de se faire enfin un nom, de se consacrer aux mathématiques et à la rédaction de la *Description* : si tous ses collaborateurs sont à Paris, comment pourra-t-il faire autrement que d'attendre semaine après semaine les réponses aux questions qu'il aura à leur poser ?

Bonaparte, agissant ainsi, fait d'une pierre deux coups : il nomme préfet un homme dont tous dans son armée et lui-même reconnaissent le talent et l'intégrité, et qui sera une courroie de transmission efficace des réformes que le premier Consul met en place ; il éloigne de Paris un homme qui avait montré trop d'admiration pour Kléber, et trop peu pour lui (on raconte qu'il avait été vexé de la chaleur avec laquelle Fourier avait parlé du général lors de ses funérailles). Fourier empaquette tous les documents qu'il peut sur l'Égypte et ses traités de mathématiques. Il arrive à Grenoble et prend possession de son poste. Malgré son isolement, c'est un poste de pouvoir important : les préfets ont une grande influence sur la vie politique locale, et Bonaparte attend d'eux qu'ils apaisent les plaies encore vives de la Révolution. Son ancien camarade d'Égypte semble avoir le profil idéal, doublé d'une intégrité qui laisse présager de sa loyauté.

Quoiqu'il n'ignore pas la lourdeur des tâches qu'il lui faudra accomplir, le mathématicien n'entend pas abandonner ses passions, témoin son portrait en grand habit de Préfet (figure 1). Sur ce portrait par Claude Gautherot on voit un jeune homme (il a trente-deux ans), fringant dans son nouvel habit mais, fait plus rare pour un préfet, ayant disposé derrière lui un volume de Platon et un de Cicéron ; l'ouvrage que l'on aperçoit dans sa main est de Newton : ce sont les *Philosophiae naturalis principia mathematica*, ouverts à la page où il démontre l'ellipticité des trajectoires planétaires. Le scientifique n'entend pas s'effacer derrière l'administrateur.

LE PRÉFET (1802-1815)

Plusieurs chantiers pressants l'appellent dès qu'il franchit les portes de l'hôtel de Lesdiguières, siège de la Préfecture en 1802 ; outre les horaires d'ouverture des cabarets à rénover, les marais de Bourgoin sont à assécher, la route reliant Grenoble à l'Italie est à construire, il y a les lycées à installer et plus encore. Il s'y attelle. Passons sur les cabarets pour nous concentrer sur les deux chantiers majeurs qui restent attachés à son nom : les marais et la route vers l'Italie.

Il y avait à Bourgoin (auj. Bourgoin-Jallieu), non loin de Grenoble, des marais particulièrement insalubres qui provoquaient de nombreuses maladies dans la population locale, mais qui était précieux à cette même population qui y menait les troupeaux en pâturage. De Louis XIV à Bonaparte, les administrations exprimèrent constamment le souhait de les assécher. Le prédécesseur de Fourier à Grenoble avait fait une tentative, mais c'est Fourier qui mettra le chantier en œuvre et en surveillera le développement. Il fallut son concours, celui de centaines d'ouvriers, de botanistes que le préfet sollicita et plus d'une dizaine d'années de labeur pour venir à bout du projet. Fourier y mit en pratique ses compétences d'organisateur, ainsi que celles de négociateur : certaines franges de la population avaient besoin, comme on l'a mentionné, de ce marais et voyaient d'un mauvais œil sa disparition. En 1812, les efforts combinés de ces ouvriers paient : le marais est assaini, de nouvelles terres cultivables ont pris leur place.

Bonaparte voulait par ailleurs qu'une route plus adaptée aux manœuvres militaires fût construite entre Grenoble et l'Italie. De toutes les voies possibles, Fourier se focalise sur celle passant par le Lautaret et remporte une bataille administrative contre les autorités locales, qui pour certaines préféraient d'autres itinéraires. Il entreprend plusieurs voyages d'étude sur les lieux choisis, mandate quelques centaines d'ouvriers pour réaliser les travaux, particulièrement rudes puisqu'il leur fallait creuser à même la roche. Quand Fourier quitte ses fonctions en 1815, le chantier, quoique bien avancé, n'est pas encore terminé[4].

4. Nous renvoyons à *La Construction de la route du Lautaret* d'Allix (1929) pour une histoire plus détaillée.

***Figure 12 :** Plaque de cocher du* XIX*e s. visible à Séchilienne (Isère), sur la route impériale n°91 de Grenoble au Lautaret (D.R.)*

Une autre mission lui tenant particulièrement à cœur est celle de la réforme de l'enseignement. Lui qui a fait partie des premières générations des nouveaux établissements de la Révolution, voilà qu'il prend à bras-le-corps l'organisation du nouveau système d'enseignement secondaire du Consulat, avec la création du lycée de Grenoble. Non content de présider aux destinées administratives du projet, il recrute lui-même des candidats, fait passer des examens aux étudiants, visite avec assiduité les établissements, crée et décerne des prix aux élèves particulièrement méritants. C'est à cette occasion qu'il rencontre deux frères sur lesquels il aura une grande influence, Jacques-Joseph et Jean-François Champollion.

UN SCIENTIFIQUE À GRENOBLE

En plus de toutes ses responsabilités à la préfecture, Fourier continue à mener une vie intellectuelle d'une grande intensité : l'hôtel de Lesdiguières est un lieu de réunion de choix pour la société lettrée de Grenoble, et le préfet participe à l'animation de la vie intellectuelle locale. Il invite Jacques-Joseph Champollion, alors âgé d'une vingtaine d'années, à le rejoindre dans sa mission de sauvegarde des archives de l'évêché. Jacques-Joseph, dès lors invité aux soirées du préfet et très proche de ce dernier, avait fait venir son petit frère de dix ans, Jean-François Champollion, futur traducteur des hiéroglyphes, à Grenoble.

***Figure 13 :* Gravure de Jean-François Champollion** *(tirée des* Deux Champollion*, A-L.Champollion, Figeac, 1887)*

Deux raisons poussent Fourier à rencontrer le dernier de la fratrie : Jacques-Joseph d'une part, qui loue les qualités de son frère, et les aptitudes que Jean-François déploie au lycée d'autre part, font qu'il attire l'attention du préfet qui en parle comme d'un « poulain fougueux, à qui il faut triple ration d'avoine ». C'est au contact de Fourier, toujours en charge de la *Description de l'Égypte* que Jean-François s'initie à l'égyptologie qui sera la passion de sa vie, lui qui passera tant d'années à déchiffrer, minutieusement, les hiéroglyphes[5], dont les travaux permettront de remettre en question les hypothèses de Fourier sur le zodiaque de Dendérah, qui attaquera pour leur manque de précision les relevés de Vivant Denon en Égypte, mais reconnaîtra la qualité des dessins des jeunes ingénieurs. Pour le moment, il profite de l'expérience de Fourier, toujours aussi enthousiaste à l'idée de partager ses connaissances. Comme beaucoup de jeunes élèves, Champollion se plaint assez amèrement de la discipline militaire voulue par le Premier Consul (qui devient entre temps Empereur) dans les lycées ; Fourier utilisera son influence pour obtenir pour Champollion un assouplissement des conditions de vie et de travail de son jeune protégé.

LA DESCRIPTION DE L'ÉGYPTE (SUITE !)

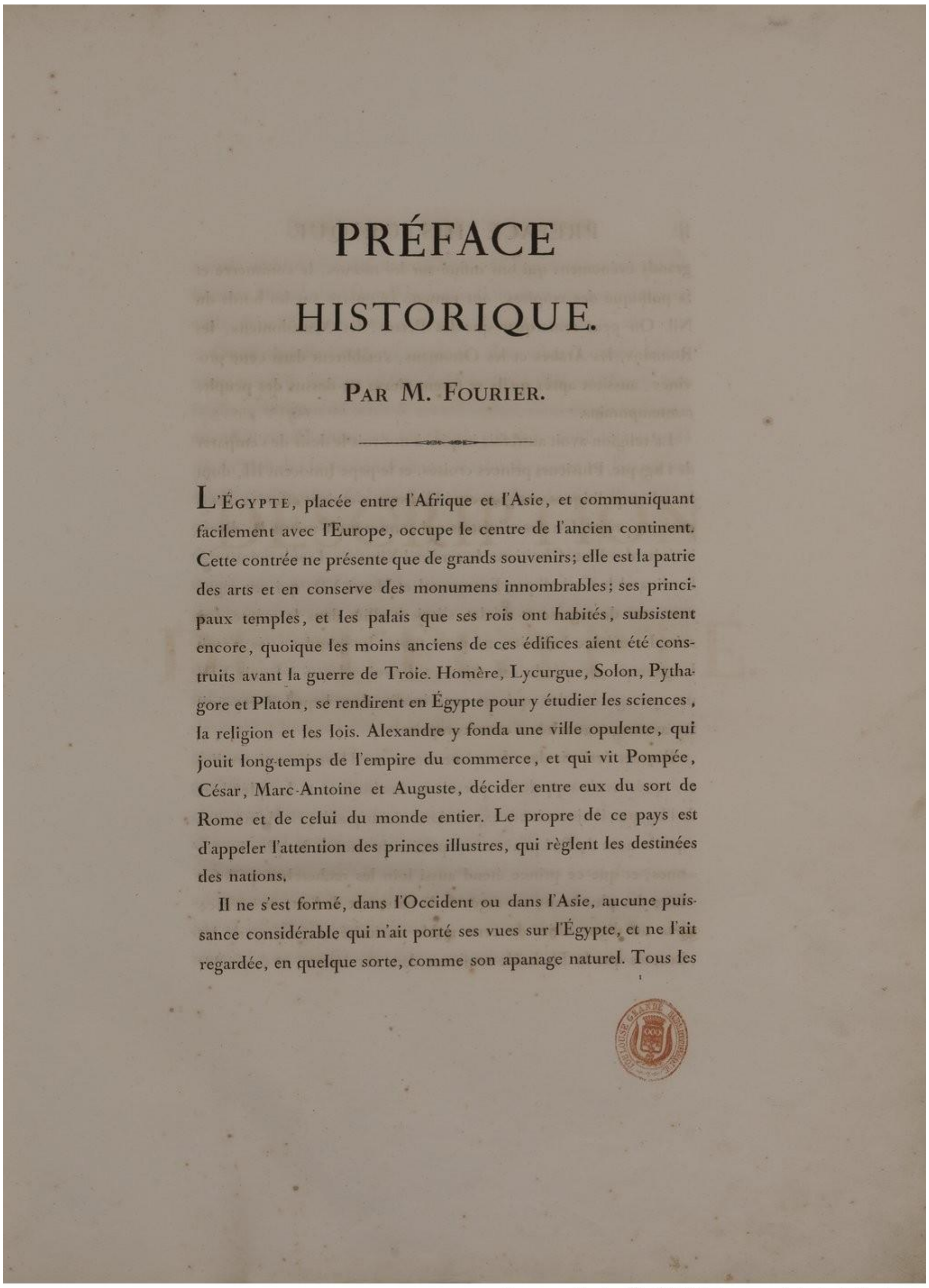
L'autre grand projet de Fourier est celui de la *Description de l'Égypte,* que lui ont confié Kléber et les savants peu avant le départ d'Égypte. Les autres scientifiques ou étudiants qui ont contribué à la collecte des relevés, à la structuration des connaissances auxquelles Fourier doit donner une forme

5. Pour une histoire vivante de la traduction des hiéroglyphes et des querelles concernant l'égyptologie qui agitent les mondes savants et politiques européens à l'époque, nous renvoyons à l'agréable *Cracking the Egyptian code* (2012) de Robinson.

définitive sont pour la plupart à Paris, ce qui oblige le préfet à de nombreux allers-retours. Ce n'est pas une mince affaire : l'enjeu symbolique est de taille, à tel point que ce projet, pourtant si attaché au nom de Bonaparte, sera évidemment continué sous la Restauration. Pour trouver le temps de s'en occuper, Fourier se retire régulièrement au Château de Beauregard, près de Grenoble.

***Figure 14 :* Château de Beauregard à Seyssinet (Isère)** *(Wikipedia, cc-by-sa 4.0, auteur DoucF)*

Il s'y rend à pied, et ingurgite avec la rapidité dont il est coutumier les textes sur l'Égypte produits par les auteurs grecs et latins. Chef-d'œuvre d'organisation, la *Description* est précédée d'une belle *Préface historique* où Fourier met son éloquence au service de sa tâche : éloge de la libération des peuples plus que de la conquête des territoires, évocation de ce que fut la grandeur de l'Égypte... tout en évitant judicieusement, en ces temps où l'Empereur opérait un rapprochement avec l'église, les sujets de discorde, comme la datation des monuments.



PRÉFACE

HISTORIQUE.

PAR M. FOURIER.

L'ÉGYPTE, placée entre l'Afrique et l'Asie, et communiquant facilement avec l'Europe, occupe le centre de l'ancien continent. Cette contrée ne présente que de grands souvenirs; elle est la patrie des arts et en conserve des monumens innombrables; ses principaux temples, et les palais que ses rois ont habités, subsistent encore, quoique les moins anciens de ces édifices aient été construits avant la guerre de Troie. Homère, Lycurgue, Solon, Pythagore et Platon, se rendirent en Égypte pour y étudier les sciences, la religion et les lois. Alexandre y fonda une ville opulente, qui jouit long-temps de l'empire du commerce, et qui vit Pompée, César, Marc-Antoine et Auguste, décider entre eux du sort de Rome et de celui du monde entier. Le propre de ce pays est d'appeler l'attention des princes illustres, qui règlent les destinées des nations.

Il ne s'est formé, dans l'Occident ou dans l'Asie, aucune puissance considérable qui n'ait porté ses vues sur l'Égypte, et ne l'ait regardée, en quelque sorte, comme son apanage naturel. Tous les

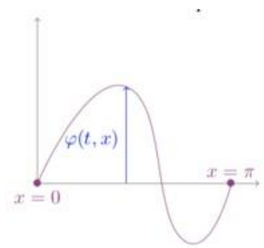
Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque municipale de Toulouse

Figure 15 : Première page de la Préface de Fourier *(édition de 1821) (Gallica-BnF/ Bibliothèque municipale de Toulouse)*

En 1814, la déroute de l'armée napoléonienne en Russie échauffera un peu plus une France déjà épuisée par les perpétuelles levées de troupes. Fourier, à Grenoble, temporise, conscient du peu d'influence que ses actions pourraient avoir, et s'attirant ainsi les foudres de Stendhal qui, dépendant de l'administration militaire, aurait préféré une participation plus franche à la guerre qui se rapproche dangereusement des frontières. Quand les armées étrangères soumettent Paris, Napoléon est destitué, Fourier conserve son poste. Un an plus tard, en 1815, Napoléon entame ses Cent jours et passe par Grenoble. Fourier a déjà quitté la ville, mais l'empereur déchu réussit à le retrouver. Après l'avoir suspendu dans ses fonctions, il lui confie la préfecture du Rhône mais lui demande de purger la ville des royalistes qui s'y trouveraient encore. Fourier refuse de se livrer à cette basse besogne et démissionne. Il se met en route pour Paris, quelques jours avant la défaite de Waterloo. À 47 ans, il n'a plus ni emploi, ni argent.

LES DÉBUTS DE LA THÉORIE DE LA CHALEUR

Avant d'exposer les travaux de Fourier, nous proposons, dans un premier encadré, une petite page d'histoire, consacrée à la controverse des cordes vibrantes. Penchons-nous sur l'une des querelles scientifiques du XVIII^e siècle qui a presque vu la naissance des séries de Fourier, et qui permet également de brosser à grands traits l'état d'esprit des mathématiciens et des physiciens d'alors. À ce stade, trois protagonistes s'affrontent, trois des grands noms de la science européenne : d'Alembert, Bernoulli (Daniel) et Euler. Tout commence en 1748, avec le premier article de d'Alembert, *Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibrations*, où se trouve examinée la question de la vibration d'une corde fixée à ses deux extrémités. En plein XVIII^e siècle, chaque phénomène physique n'attendait que d'être mis en équation, et d'Alembert s'y attelle en utilisant la seconde loi de Newton. Il établit ce que nous appelons aujourd'hui l'équation des cordes vibrantes : soit une corde, supposée attachée en deux points (disons pour simplifier, en $x = 0$ et $x = \pi$), et mise en vibration à l'instant $t = 0$. Soit $\varphi = \varphi(t, x)$ son déplacement transversal à l'instant t et à la position x:



D'Alembert montre, sans l'écrire sous cette forme mais en utilisant les différentielles totales, que la fonction φ satisfait à l'équations aux dérivées partielles suivante

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}$$

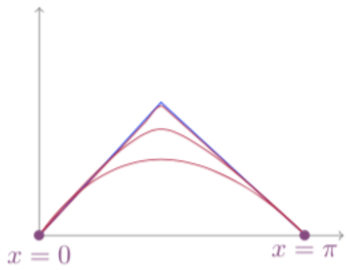
la constante c étant la vitesse de propagation le long de la corde. Il établit, fondant la méthode de séparation des variables, que toute solution de cette équation s'écrit

$$\varphi(t,x) = f_1(x+ct) + f_2(x-ct),$$

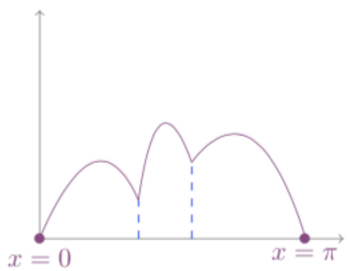
les fonctions f_1 et f_2 étant supposées continues (dans le sens de l'époque, c'est-à-dire, pour nous, de classe C^2). D'Alembert donne une des premières définitions rigoureuses de dérivée seconde par les taux d'accroissement dans une lettre à Euler), et s'intéresse même aux fonctions admettant des dérivées directionnelles à gauche.

Euler, dans *Sur le mouvement d'une corde qui au commencer n'a été ébranlée que dans une partie* et *Éclaircissement sur le mouvement des cordes vibrantes*, propose une autre approche de la notion de solution. Selon lui, il n'est pas nécessaire que les fonctions f_1 et f_2 soient continues (C^2 donc) pour que l'on puisse dire que la fonction φ donnée par la solution de d'Alembert soit solution de l'équation des cordes vibrantes, puisque la solution de d'Alembert permet, à partir de deux fonctions continues mais non nécessairement dérivables de fournir une construction géométrique, représentée ci-dessous, de ce que serait la propagation d'une onde. Voici l'exemple d'une corde pincée, qu'Euler aimerait pouvoir analyser.

Poussé dans ses retranchements sur la question de la régularité, du sens à donner à l'équation aux points où la fonction n'est pas dérivable, il invoque un principe d'approximation : après tout, en ces quelques points singuliers, on peut toujours approcher la courbe par une courbe bien plus lisse :



Euler parle joliment de cette opération en parlant d' « émousser les angles ». Et finalement, la nature, l'expérience nous permettent de pincer les cordes, c'est-à-dire de donner des conditions initiales non dérivables en certains points ; pourquoi les mathématiques n'admettraient-elles pas ces fonctions ? Après tout, pourquoi ne pas songer à un calcul qui soit un calcul plus « géométrique » (comme l'écrit Grattan-Guinness dans *The development of the foundations of mathematical analysis from Euler to Riemann*)? Pourquoi ne pas élargir l'analyse aux fonctions qui sont des recollements géométriques de fonctions bien plus régulières ? Voilà un exemple de telle fonction.



D'Alembert rejette ce dernier argument : l'équation utilisée pour le modèle est déjà une approximation du phénomène physique, de quel droit l'invoquer de nouveau quand cela nous arrange ?

S'affrontent ici deux conceptions des mathématiques : d'un côté, d'Alembert accorde plus d'importance à l'équation, qu'il interprète dans un sens aujourd'hui appelé classique dans tous les ouvrages d'équations aux dérivées partielles, de l'autre Euler attache plus de signification à la forme des solutions et se fonde sur l'existence de solutions classiques pour en déduire que certaines fonctions, a priori moins régulières, peuvent encore être qualifiées de solutions.

Entre en scène Bernoulli (Daniel), grand physicien et rejeton d'une des familles européennes les plus prolifiques en termes de scientifiques. Il a une approche plus physique : il sait que Brook Taylor, physicien anglais du début du siècle, avait établi que, pour une corde fixée entre 0 et π, certaines fonctions bien particulières pouvait servir à décrire l'amplitude d'une corde: il s'agit des fonctions $\varphi_k(x) = sin(kx), k = 0,1,2, \dots$ aussi propose-t-il, dans *Réflexions et Éclaircissemens sur les Nouvelles Vibrations des Cordes exposées dans les mémoires de l'Académie de 1747 et 1748* de représenter les solutions de l'équation des cordes comme

$$\varphi(t,x) = Asin(x)cos(ct) + Bsin(2x)cos(2ct) + \cdots$$

Trois points essentiels doivent être soulignés : tout d'abord, Bernoulli fonde ici le principe de superposition (la somme de deux solutions de l'équation des ondes en est encore une solution), mais comme un principe physique. Euler, s'il reconnaît ce principe, l'interprète comme un théorème de mathématiques. Ensuite, cette décomposition ne s'applique que pour des solutions de l'équation des cordes vibrantes. Enfin, et c'est une remarque cruciale, Bernoulli ne sait pas du tout calculer les coefficients $A, B, C, \dots$

Euler et d'Alembert rejettent en bloc la généralité d'une telle décomposition (*i.e.* que toute solution puisse se décomposer sous cette forme) en se fondant sur plusieurs types d'arguments. D'abord, font observer les deux, les fonctions f_1 et f_2 n'ont aucune raison d'être périodiques en espace, puisque toute fonction n'est pas périodique en espace : en prenant $t = 0$ dans la solution de Bernoulli et en l'identifiant à celle de d'Alembert, on obtient

$$f_1(x) + f_2(x) = Asin(x) + Bsin(2x) + \cdots$$

Premier piège, celui de la périodicité et de la définition de fonction : ils ne perçoivent pas que seul le comportement de la corde à l'intérieur de l'intervalle est important pour le problème, et que le comportement de f_1 et f_2 sur le reste de l'axe réel ne compte pas. Comme le note Grattan-Guinness, on peut s'étonner de voir cet argument sous la plume d'Euler, qui avait pourtant proposé de recoller des fonctions régulières ; le comportement de cette fonction hors de l'intervalle de recollement n'a alors plus d'importance.

Ensuite, Euler propose la situation suivante, pertinente du point de vue de la physique : on prend une corde complètement au repos sur une partie de l'intervalle. Comment espérer représenter cette fonction par une série à la Bernoulli ? En d'autres termes, comment une somme de sinus pourrait-elle s'annuler sur tout un sous-intervalle ? Ce problème est fondamental.

Mais il faut aussi parler du jeune Lagrange qui, à vingt-trois ans, vit encore à Turin et est le protégé d'Euler. Dans *Recherches sur la nature et la propagation du son* (1759), il propose une approche permettant de « justifier » les séries de Bernoulli et de plaider en faveur d'Euler.

En ce qui concerne le point de vue d'Euler, voici ce qu'il écrit : reprenons l'équation des cordes vibrantes, multiplions-la par une fonction $\psi = \psi(x)$ et intégrons-la par parties : il vient

$$\int_0^\pi \psi \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = c\left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}\psi\right]_0^\pi + c\int_0^\pi \varphi \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}.$$

Les dérivées par rapport à la variable spatiale portent donc uniquement sur la fonction ψ et l'on peut dire que φ satisfait l'équation des cordes vibrantes si cette identité est valable pour toute fonction ψ deux fois dérivable en espace. Ici, la fonction ψ apparaît comme un artifice calculatoire, et qui donne un sens à l'équation quand bien même la fonction φ ne serait pas elle-même dérivable par rapport à la variable d'espace. Bien évidemment, cette expression fait encore intervenir $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$, donc la régularité de φ en temps, mais Lagrange évacue cette difficulté de manière plutôt obscure :

> *Cette intégration ne regarde que la variabilité de t, et elle s'achève selon les méthodes connues du calcul intégral, puisque ici la loi de continuité a lieu.*

Faisons un petit commentaire bibliographique : les approches d'Euler (une limite de solutions régulières, même si elle est elle-même moins régulière, est encore une solution) et celle de Lagrange (l'utilisation d'une fonction ψ plus régulière qui permet de procéder à des intégrations par parties) ont eu un riche héritage à partir du vingtième siècle, culminant dans la Théorie des distributions et celle des espaces de Sobolev. Nous renvoyons à *The prehistory of the theory of distributions* de Lützen (1982) pour une histoire de ces théories, des cordes vibrantes aux travaux de Laurent Schwartz[6].

Pour les séries de Bernoulli, Lagrange opère de la façon suivante : il considère, pour obtenir l'équation des cordes vibrantes, une discrétisation du problème en n

6. Et notamment à son article fondateur de 1945, « Généralisation de la notion de fonction, de dérivation, de transformation de Fourier et applications mathématiques et physiques », *Annales de l'université de Grenoble, tome 21 (1945), p. 57-74.*

solides en vibration, chacun de hauteur y_k, $k = 0,1, \dots, n$, ce qui lui donne la suite d'équations

$$\frac{d^2 y_k}{dt^2} = c(y_{k+1} - 2y_k - y_{k-1})$$

qu'il résout avant de prendre la limite de sa solution quand $n \to \infty$, ce qui correspond à une corde en vibration. La solution qu'il obtient, pour une forme initiale φ_0 et une vitesse initiale Φ_0, est de la forme

$$\begin{aligned}\varphi(t,x) = \quad & \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}\left\{\sum_{\ell=1}^{\infty} sin(\ell\omega) sin(\ell x) cos(c\ell t)\varphi_0(\omega)\right\} d\omega \\ & + \frac{2}{c\pi}\int_0^{\pi}\left\{\sum_{\ell=1}^{\infty}\frac{1}{\ell} sin(\ell\omega) sin(\ell x) cos(c\ell t)\Phi_0(\omega)\right\} d\omega.\end{aligned}$$

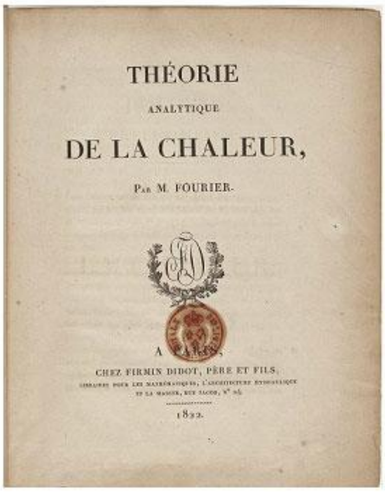
On note que, si $\Phi_0 = 0$ et si l'on prend $t = 0$, on obtient quasiment une série de Fourier. D'après Grattan-Guinness, Lagrange passe à côté parce qu'en l'occurrence, ce n'est pas un théorème mathématique mais une description physique qui l'intéresse et qu'il cherchait une représentation intégrale de sa solution, pas une représentation sous forme de séries, qui aurait été de la forme

$$\begin{aligned}\varphi(t,x) = \quad & \sum_{\ell=1}^{\infty}\left\{\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} sin(\ell\omega) cos(c\ell t)\varphi_0(\omega) d\omega\right\} sin(\ell x) \\ & + \sum_{\ell=1}^{\infty}\left\{\frac{2}{c\ell\pi}\int_0^{\pi} sin(\ell\omega)\Phi_0(\omega) d\omega\right\} sin(\ell x) cos(c\ell t).\end{aligned}$$

Retour à Fourier

Nous adoptons ici la présentation qui est celle de Fourier dans la version finale de ses travaux, le mémoire de 1822, la *Théorie analytique de la chaleur*[7]. Fourier y présente non seulement ses résultats mais également le procédé qui lui a permis d'aboutir. Ainsi, alors que la plupart des scientifiques présentent bien naturellement, aujourd'hui, leurs résultats sans que soit clair le cheminement intellectuel qui les y a amenés, Fourier explique, étape par étape, les nécessités qui le conduisent dans un premier temps aux séries, dans un second aux intégrales qui portent son nom.

7. On pourra à ce propos consulter l'article *BibNum* de Charles Villeneuve, « Fourier et la représentation d'une fonction arbitraire par une série trigonométrique », avril 2015 (lien).


THÉORIE

ANALYTIQUE

DE LA CHALEUR,

PAR M. FOURIER.

A PARIS,

CHEZ FIRMIN DIDOT, PÈRE ET FILS,

1822.

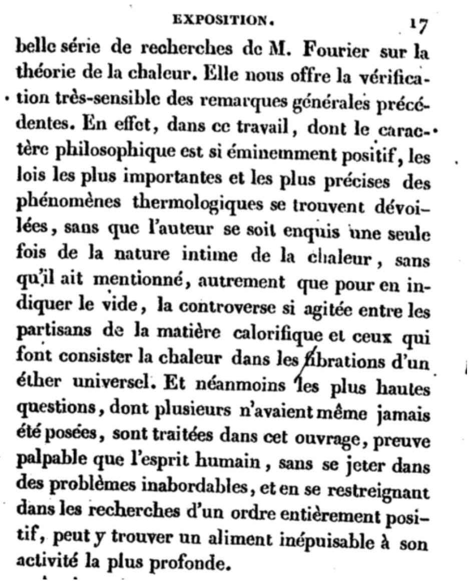
Figure 16 : **Théorie analytique de la chaleur*, F. Didot père et fils, 1822***

L'ÉQUATION DE LA CHALEUR

Et, enfin, la grande affaire qui occupa Fourier à Grenoble : la théorie de la chaleur. Il commence à y réfléchir peu de temps après son arrivée, en 1804, renouant avec la science qu'il avait délaissée deux années durant, sa charge administrative lui laissant peu de temps pour sa passion. Il reçoit, en novembre 1804, Jean-Baptiste Biot, grand physicien, proche de Laplace, et s'entretient avec lui de problèmes de mesure de la température. Sans rentrer dans les détails, Biot supposait que la température était une exponentielle décroissante, faisant du logarithme une quantité calculable expérimentalement : une expérience, ou une suite d'expériences, pourrait permettre la constitution d'une table de logarithmes.

Fourier se lance alors dans une série de réflexions. La marque de fabrique de Fourier expérimentateur est de voir dans l'expérience une confirmation de ses propres théories. À l'époque, la théorie de la chaleur est un sujet plutôt en vogue mais source de multiples confusions : du grand prix de l'Académie de 1736, qui traitait de la Propagation du feu (prix qu'Euler recevra) aux travaux de Laplace, la principale caractéristique est le flou qui règne sur la nature de la chaleur : est-elle un fluide qui se propage ? provient-elle du mouvement des particules ? Fourier, dans un geste que Comte saluera dès l'exposition de son *Cours de Philosophie*

Positive (1830) comme celui d'un savant positiviste par excellence, évacue ces questions.



EXPOSITION. 17

belle série de recherches de M. Fourier sur la théorie de la chaleur. Elle nous offre la vérification très-sensible des remarques générales précédentes. En effet, dans ce travail, dont le caractère philosophique est si éminemment positif, les lois les plus importantes et les plus précises des phénomènes thermologiques se trouvent dévoilées, sans que l'auteur se soit enquis une seule fois de la nature intime de la chaleur, sans qu'il ait mentionné, autrement que pour en indiquer le vide, la controverse si agitée entre les partisans de la matière calorifique et ceux qui font consister la chaleur dans les vibrations d'un éther universel. Et néanmoins les plus hautes questions, dont plusieurs n'avaient même jamais été posées, sont traitées dans cet ouvrage, preuve palpable que l'esprit humain, sans se jeter dans des problèmes inabordables, et en se restreignant dans les recherches d'un ordre entièrement positif, peut y trouver un aliment inépuisable à son activité la plus profonde.

***Figure 17 :** Exposition (p. 17) du* **Cours de Philosophie Positive** *d'A. Comte (1830)*

Ce qui l'intéresse, c'est avant tout d'obtenir une équation sur la température qui lui permette de tenir un discours prédictif. Il s'attelle donc à ce problème en postulant que la nature du phénomène lui importe peu. Seuls comptent trois caractéristiques du corps dont la température l'intéresse : sa capacité à contenir de la chaleur (notée c), sa capacité à la recevoir, et sa capacité à la conduire (associée à une grandeur $\lambda > 0$). À partir de ces considérations, il établit l'équation de la chaleur. Pour plus de clarté, nous adoptons une présentation proche de celle qu'il fait au chapitre II de son mémoire de 1822.

Fourier introduit un objet fondamental, celui de flux : imaginons que nous travaillons dans une barre orientée suivant l'axe *Ox* et plaçons-nous en un point *x*. La portion de la barre passant par *x* est une surface $S(x)$. Fourier admet que la chaleur se déplace du chaud vers le froid. Il suppose que le débit est d'autant plus important que la température décroît fortement. En d'autres termes, le débit J de chaleur à un instant $t > 0$ pendant un instant dt, à travers la surface $S(x)$ et en un endroit *x* du corps est donné par la loi

$$\vec{J} = -\lambda \frac{\partial T(t,x)}{\partial x} S dt,$$

En supposant une masse volumique égale à 1, il écrit le bilan dans un petit volume Ω centré en x délimité par une surface $S(x)$ et $S(x+dx)$:

Variation temporelle de la température en un point $x =$ ce que l'on gagne en $S(x)$ moins ce que l'on perd en $S(x+dx)$, soit

$$c\frac{\partial T}{\partial t}Sdt = -\frac{d\vec{J}(t,x)}{dx} = \lambda\frac{\partial T^2}{\partial x^2}.$$

En dimensions supérieures, dans un objet quelconque, il aboutit dans le §142 du chapitre II à l'équation générale du mouvement de la chaleur dans un corps par le même type de raisonnement qui, en notations d'aujourd'hui, se réécrirait ainsi : considérant toujours que la température se propage du chaud vers le froid, le débit thermique s'écrit

$$\vec{J} = -\lambda\nabla T = -\lambda\begin{pmatrix}\frac{\partial T}{\partial x}\\ \frac{\partial T}{\partial y}\\ \frac{\partial T}{\partial z}\end{pmatrix}.$$

Considérons une petite surface Σ, délimitant un petit solide Ω centré en un point x. Le même bilan d'énergie donne

$$\int\int\int_\Omega c\frac{\partial T}{\partial t} = -\int\int_\Sigma\langle\vec{J},\vec{n}\rangle,$$

avec $\vec{n}$ la normale unitaire à Σ d'où, en appliquant la formule de la divergence (Fourier, lui, raisonne avec des faces parallèles),

$$-\int\int_\Sigma\langle\vec{J},\vec{n}\rangle = -\int\int\int_\Omega\nabla\cdot\vec{J} = \lambda\int\int\int_\Omega\left(\frac{\partial T^2}{\partial x^2}+\frac{\partial T^2}{\partial y^2}+\frac{\partial T^2}{\partial z^2}\right).$$

Finalement, il donne le nom de *théorème* à l'équation suivante, dite de la chaleur :

$$c\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda\left(\frac{\partial T^2}{\partial x^2}+\frac{\partial T^2}{\partial y^2}+\frac{\partial T^2}{\partial z^2}\right) = \lambda\Delta T.$$

L'opérateur Δ est nommé laplacien. Évidemment, on peut à cette équation adjoindre tous les phénomènes qui auraient éte omis (transferts de surface avec l'extérieur, production interne de chaleur...).

Qu'il appelle théorème l'équation de la chaleur, et qui nous semble dériver de considérations physiques, est symptomatique de sa manière de traiter ce qui sera son accomplissement majeur, la notion de *mode propre*. Pour les modes propres, tout commence par une observation qu'il fait dans le cas de l'armille, cet anneau métallique.

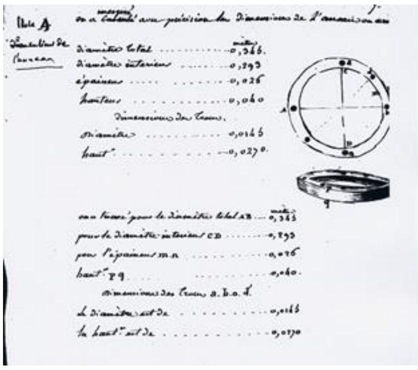


Figure 18 : Relevé de l'expérience de l'Armille *(manuscrits de Fourier, Bibliothèque Nationale de France)*

Adoptant un raisonnement à la Lagrange, il discrétise l'armille, établit suivant ses principes l'équation de la chaleur et observe que certaines répartitions de températures restent identiques à elles-mêmes, en d'autres termes que le profil de température de l'armille étant, à un instant donné, repéré par une fonction de la variable angulaire $\varphi = \varphi(\theta)$, il sera, à tous les instants, de la forme $\psi(t)\varphi(\theta)$. Il s'empresse de vérifier cela expérimentalement, dans l'hôtel même de la préfecture. Gardons à l'esprit que l'expérience lui sert de vérification de sa théorie. Pour reprendre une expression de J. Dhombres, « l'analyste calcule, la Nature agit ».

Il en déduit toute une famille de fonctions possédant cette propriété d'invariance et transporte son raisonnement à d'autres situations, notamment celui de la barre infinie dans la direction verticale, où la température, au bord de la barre, est fixée à 0 :

où la température, au bord de la barre, est fixée à 0 :

$$T(t, \pm\frac{\pi}{2}, y) = 0$$

Il cherche des solutions stationnaires, qui ne dépendent pas de t, donc : $\Delta T = 0$.

Cette équation est toujours un peu trop compliquée à résoudre frontalement. Utilisons la géométrie de l'objet, et cherchons à présent des solutions qui se reproduisent parallèlement à l'axe *Ox* c'est-à-dire de la forme

$$T(x,y) = f(x)g(y).$$

Il réintroduit ici la méthode de séparation des variables. On obtient

$$\frac{f''}{f}(x) = \frac{g''}{g}(y) = -\mu,$$

pour une certaine constante μ que Fourier s'empresse de prendre égale à $-m^2$ pour un entier naturel non nul m; qu'il choisisse un $\mu > 0$ positif répond simplement à des considérations physiques : on imagine mal la température devenir infinie. Voilà qui, avec la condition de bord $T\left(\pm\frac{\pi}{2}, y\right) = 0$ lui donne la famille de solutions

$$f_m(x) = cos((2m+1)x), g_m(y) = e^{-my}, m \in \mathbb{N}^*.$$

Et de conclure dans un premier temps que toute somme de ces solutions particulières fournira une nouvelle solution : il est évident que toute fonction de la forme

$$v(x,y) = Acos(x)e^{-y} + Bcos(3x)e^{-3y} + \cdots$$

est encore solution de l'équation de la chaleur.

Mais une question se pose : avons-nous ainsi toutes les solutions possibles ? Imaginons que nous fixions la température de la lame en $y = 0$ à *1*, ce qui revient à ajouter la condition $T(x,0) = 1 \; dans \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

Si la solution associée à cette condition était de la forme donnée par

$$v(x,y) = Acos(x)e^{-y} + Bcos(3x)e^{-3y} + \cdots$$

on aurait

$$1 = a_1 cos(x) + a_3 cos(3x) + \cdots$$

et ce pour tout $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Comme Fourier a la délicatesse de le noter, « On pourrait douter qu'il existât une pareille fonction, mais cette question sera pleinement éclaircie par la suite ». Éclaircissons, donc : prenons d'abord $x = 0$, cela donne

$$1 = a_1 + a_3 + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} a_{2k+1}.$$

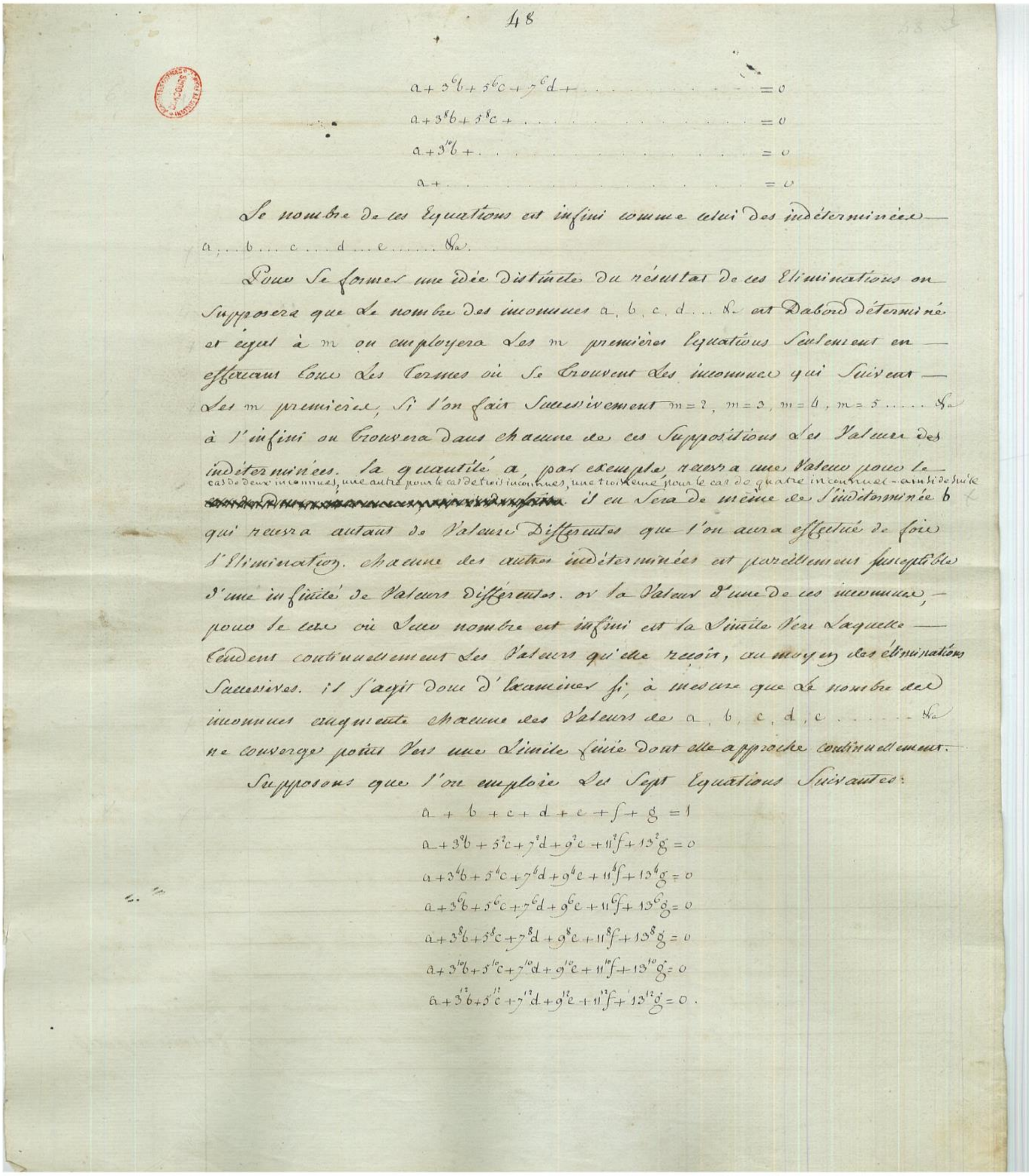
Toujours trop de variables, dérivons l'expression

$$1 = a_1 cos(x) + a_2 cos(2x) + \cdots$$

et reprenons $x = 0$ pour obtenir 0 = 0, ce qui était attendu. Dérivons une deuxième, une troisième, une quatrième,... une infinité de fois pour obtenir,

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, 0 = \sum_{k=0}^{\infty} (2k+1)^{2n} a_{2k+1}.$$

Voici une numérisation du mémoire de 1807 (écrit à la main par le secrétaire de Fourier, qui se trouve aux Archives de l'Académie des Sciences), ce qui permet de souligner l'aspect esthétique de ces documents d'archives :



48

$a + 3^6 b + 5^6 c + 7^6 d + \ldots = 0$

$a + 3^8 b + 5^8 c + \ldots = 0$

$a + 3^{10} b + \ldots = 0$

$a + \ldots = 0$

Le nombre de ces équations est infini comme celui des indéterminées a,.. b... c... d... e...... &a.

Pour se former une idée distincte du résultat de ces éliminations on supposera que le nombre des inconnues a, b, c, d... &c est d'abord déterminé et égal à m on employera les m premières équations seulement en effaçant tous les termes où se trouvent les inconnues qui suivent les m premières, si l'on fait successivement m = 2, m = 3, m = 4, m = 5..... &a à l'infini on trouvera dans chacune de ces suppositions les valeurs des indéterminées. la quantité a, par exemple, recevra une valeur pour le cas de deux inconnues, une autre pour le cas de trois inconnues, une troisième pour le cas de quatre inconnues - ainsi de suite ~~[illegible]~~ il en sera de même de l'indéterminée b qui recevra autant de valeurs différentes que l'on aura effectué de fois l'élimination. chacune des autres indéterminées est pareillement susceptible d'une infinité de valeurs différentes. or la valeur d'une de ces inconnues, pour le cas où leur nombre est infini est la limite vers laquelle tendent continuellement les valeurs qu'elle reçoit, au moyen des éliminations successives. il s'agit donc d'examiner si, à mesure que le nombre des inconnues augmente chacune des valeurs de a, b, c, d, e...... &a ne converge point vers une limite finie dont elle approche continuellement.

Supposons que l'on emploie les sept équations suivantes :

$a + b + c + d + e + f + g = 1$

$a + 3^2 b + 5^2 c + 7^2 d + 9^2 e + 11^2 f + 13^2 g = 0$

$a + 3^4 b + 5^4 c + 7^4 d + 9^4 e + 11^4 f + 13^4 g = 0$

$a + 3^6 b + 5^6 c + 7^6 d + 9^6 e + 11^6 f + 13^6 g = 0$

$a + 3^8 b + 5^8 c + 7^8 d + 9^8 e + 11^8 f + 13^8 g = 0$

$a + 3^{10} b + 5^{10} c + 7^{10} d + 9^{10} e + 11^{10} f + 13^{10} g = 0$

$a + 3^{12} b + 5^{12} c + 7^{12} d + 9^{12} e + 11^{12} f + 13^{12} g = 0.$

Les séries sont divergentes, mais peu importe, nous avons une infinité d'équations linéaires. Tronquons ce système à l'ordre N: on a

$$1 = \sum_{k=1}^{N} a_{2k+1} \text{et pour tout n}, 0 < n \leq N, 0 = \sum_{k=0}^{N} (2k+1)^n a_{2k+1}$$

Cela lui donne une suite de coefficients, mais qui dépendent bien évidemment, de N, coefficients notés $a_{1,N}, a_{3,N}, \dots$ et là, de manière miraculeuse, il trouve que ces suites de coefficients se comportent comme des quantité bien connues depuis Wallis :

$$a_{1,N} = 1 \times \frac{3\times3}{2\times4} \times \frac{5\times5}{4\times6} \dots \underset{N\to\infty}{\approx} \frac{4}{\pi} \,,$$

et de même pour les autres coefficients, ce qui lui permet, passant à la limite, d'écrire

$$1 = \frac{4}{\pi} cos(x) - \frac{4\pi}{3} cos(3x) + \frac{4\pi}{5} cos(5x) + \cdots = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} cos((2k+1)x).$$

Il évacue ici aussi le problème de la convergence de cette série qu'il laisse, page 175, en exercice au lecteur. Mais il déduit immédiatement la décomposition de $x \mapsto x$ en séries de Fourier par intégration de son expression précédente. Après plusieurs pages de considérations, où il se livre à la redécouverte d'autres identités déjà connues, il énonce un point clé à la page 183 de son mémoire :

> *Il faut observer à l'égard de ces séries que les équations qui en sont formées n'ont lieu que lorsque la variable est comprise entre certaines limites.*

Et c'est ici une notion moderne de fonction qui se joue, qui lui permet de franchir l'écueil qui avait arrêté si abruptement Euler, d'Alembert, Bernoulli...

Fourier propose alors de chercher le développement en une *série de sinus d'arcs multiples* une fonction φ analytique définie sur l'intervalle $[0;\pi]$ qui n'ait que des termes d'ordre impair dans son développement en série entière (et que l'on peut donc étendre en une fonction impaire sur $[0;\pi]$). Il part en quête de coefficients $a_1, a_2, \dots$tels que la fonction impaire φ se décompose en

$$\forall x \in [0;\pi], \varphi(x) = a_1 sin(x) + a_2 sin(2x) + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} a_k sin(kx).$$

Reprenant son hypothèse (la série de Taylor ne fait apparaître que des termes d'ordre impair), il écrit

$$\varphi(x) = A_1 x - \frac{A_3}{3!}x^3 + \frac{A_5}{5!}x^5 + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} A_{2k+1}(-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}.$$

Développons à présent chacun des sinus de la décomposition cherchée

$$\forall x \in [0;\pi], \varphi(x) = a_1 sin(x) + a_2 sin(2x) + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} a_k sin(kx)$$

en série entière, ce qui nous donne

$$\varphi(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \sum_{\ell=0}^{\infty} \ell^{2k+1} a_\ell \right\} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}.$$

Identifiant les deux expressions, on obtient de nouveau un système infini que l'on peut de nouveau tronquer en conservant N équations pour N inconnues $a_1, \dots, a_N$; par exemple, en tronquant à l'ordre $N = 3$ on obtient les équations

$$A_1 = a_1 + 2a_2 + 3a_3$$
$$A_3 = a_1 + 2^3 a_2 + 3^3 a_3$$
$$A_5 = a_1 + 2^5 a_2 + 3^5 a_3$$

En appliquant la même méthode, il en déduit une infinité de formules assez horribles pour chacun des coefficients a_k, page 225 de son mémoire.

Remarque finale, qui lui permettra d'atteindre le résultat cherché dans toute sa généralité, il écrit page 230 la série suivante, où les coefficients $a_1, a_2, \dots$ sont donnés comme dépendants des dérivées au point $x = \pi$:

$$\begin{aligned}
\frac{\pi}{2}\varphi(x) \quad &= sin(x)\{\varphi(\pi) - \varphi^{(2)}(\pi) + \varphi^{(4)}(\pi) - \cdots\} \\
&-\frac{1}{2} sin(2x)\left\{\varphi(\pi) - \frac{1}{2^2}\varphi^{(2)}(\pi) + \frac{1}{2^4}\varphi^{(4)}(\pi) - \cdots\right\} \\
&+\frac{1}{3} sin(3x)\left\{\varphi(\pi) - \frac{1}{3^2}\varphi^{(2)}(\pi) + \frac{1}{3^4}\varphi^{(4)}(\pi) - \cdots\right\} \\
&- \cdots
\end{aligned}$$

Il introduit, pour tout $k \in \mathbb{N}$, le coefficient

$$s_k(\pi) := \varphi(\pi) - \frac{1}{k^2}\varphi^{(2)}(\pi) + \frac{1}{k^4}\varphi^{(4)}(\pi) - \cdots = \sum_{\ell=0}^{\infty} (-1)^\ell \frac{1}{k^\ell}\varphi^{(2k)}(\pi)$$

et dérive sans scrupule cette fonction... par rapport à π, ce qui lui donne immédiatement l'équation différentielle

$$s_k(\pi) + \frac{1}{k^2}\frac{d^2 s_k}{d\pi^2} = \varphi(\pi) \text{ pour tout } \pi.$$

Réécrivons-la avec des *x* :

$$s_k + \frac{1}{k^2}\frac{d^2 s_k}{dx^2} = \varphi(x).$$

Connaissant sur le bout des doigts l'intégration des équations différentielles du premier ordre en utilisant $s_k(0) = 0$, il en tire

$$s_k(x) = bcos(kx) + ksin(kx)\int_0^x cos(kt)\varphi(t)dt - kcos(kt)\int_0^x sin(kt)\varphi(t)dt,$$ puis

$$s_k(\pi) = (-1)^{k+1}\int_0^\pi \varphi(x)sin(kx)dx,$$

et ainsi

$$\frac{\pi}{2}\varphi(x) = \sum_{k=0}^{\infty} sin(kx)\{\int_0^\pi \varphi(t)sin(kt)dt\}.$$

Au bout de la Section VI de son ouvrage se trouvent, enfin, écrits les coefficients de Fourier que tout étudiant en science apprend pourtant au bout de quelques minutes d'un cours d'analyse de Fourier :

$$c_n(\varphi) = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \varphi(x)sin(nx)dx.$$

Et Fourier de noter avec candeur qu'il est aisé de vérifier cette formule par synthèse : supposons que φ se décompose sous la forme

$$\forall x \in [0;\pi], \varphi(x) = a_1 sin(x) + a_2 sin(2x) + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} a_k sin(kx),$$

multiplions cette décomposition par $sin(kx)$, intégrons entre 0 et π et c'est la même expression qui sort pour les coefficients. Mais il est nécessaire que cette étape n'intervienne qu'au bout du raisonnement. Il note au passage les relations d'orthogonalité, qui seront une des sources fécondes de l'analyse fonctionnelle encore à naître, et semble conscient de l'importance à leur accorder.

Fourier, dans la suite de son ouvrage, s'attelle à la généralisation de ses idées dans d'autres géométries et se livre à une étude systématique des modes propres qu'il a mis en évidence dans le cas unidimensionnel. Il étudie la sphère, le cylindre (ce qui lui fournit ce qui sont les fonctions de Bessel), le prisme rectangulaire, le cube... jusqu'à ce que l'étude d'un nouveau corps ne puisse plus rien lui apporter. Ce qu'il comprend, c'est qu'à chaque géométrie correspond une famille de fonctions propres, associées à des coefficients réels, les modes propres, et que ces considérations géométriques lui permettent de décomposer des fonctions. C'est une autre différence majeure avec ce qui avait été un des points-clés de la controverse des cordes vibrantes, puisqu'ici l'équation donne une famille de fonctions qui permettent de décomposer des fonctions qui n'ont, a priori, aucun rapport avec cette équation.

Certes, aucune géométrie ne lui apprend plus quoi que ce soit de neuf ; il a les relations d'orthogonalité, les coefficients... mais il lui manque un cas particulier, celui d'un domaine infini, exposé dans la première Section du chapitre IX. En quatre pages (pp 428-431), nous aurons la transformée de Fourier et son inversion.

Fourier travaille dans l'axe réel positif, donc avec des variables $x \in \mathbb{R}_+$, il étend sa donnée initiale $F(x)$ par parité et part de la constatation que, comme toujours, il a une infinité (indénombrable cette fois) de solutions particulières de l'équation de chaleur paires : il s'agit de la famille de fonctions $\{g_\xi\}_{\xi\in\mathbb{R}}$ définie par

$$\forall \xi \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}_+, \forall t \in \mathbb{R}_+, g_\xi(t,x) = e^{-\xi^2 x} cos(\xi x).$$

Il indique ensuite pouvoir approcher la solution f par une somme de la forme

$$f(t,x) \approx \sum_i Q(\xi_i) g_{\xi_i} d\xi_i$$

avec des coefficients $Q(\xi_i)$. Cette somme converge, bien évidemment, quand le nombre de ξ_i tend vers l'infini, vers une intégrale :

$$\forall t \in \mathbb{R}_+, \forall x \in \mathbb{R}_+, f(t,x) = \int_0^\infty Q(\xi) g_\xi(t,x) d\xi = \int_0^\infty e^{-t\xi^2} Q(\xi) cos(\xi x) d\xi.$$

Reste ainsi à déterminer la fonction Q. En prenant $t = 0$ dans l'expression précédente, on obtient

$$F(x) = \int_0^\infty Q(\xi) cos(\xi x) dx$$

donc il faut à partir de F retrouver Q. C'est tout le problème de l'inversion de Fourier. Mais pour résoudre ce problème, il suffit d'appliquer la méthode des rectangles pour discrétiser l'intégrale : l'expression précédente se réécrit, approximativement,

$$F(x) =\approx \sum_i Q_i(\xi_i) cos(\xi_i x)(\xi_{i+1} - \xi_i)$$

et nous avons déjà mené ces calculs à bien dans le cas des séries. Il lui suffit alors d'écrire, finalement

$$F(x) = \int_0^\infty Q(\xi) cos(\xi x) d\xi, Q(\xi) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty F(x) cos(\xi x) dx.$$

En ce qui concerne la formule d'inversion de Fourier, on en trouve une démonstration dans un remarquable article de Cauchy en 1823, qui, en plus d'introduire les notations exponentielles pour les transformées de Fourier, montre toute la puissance des méthodes de Fourier pour les équations aux dérivées partielles hyperboliques, et qui développe les fondements des variétés caractéristiques d'opérateurs différentiels. Plus précisément, en ce qui concerne les formules d'inversion, Cauchy introduit ce qu'il appelle des « facteurs auxiliaires de convergence », et que nous appellerions aujourd'hui « approximation » et qui est une démonstration fort efficace et classique de la formule d'inversion[8].

La réception des travaux de Fourier

Fourier, en 1807, soumet à l'Académie des Sciences un premier mémoire qui contient une version quasiment achevée de ses séries. Le moins que l'on puisse dire, c'est que l'enthousiasme ne soulève pas les foules. Si quatre mathématiciens de premier plan (Monge, Lagrange, Laplace, Lacroix) sont nommés pour l'examen du texte, le rapport et la présentation du mémoire se font cruellement attendre. Poisson, le jeune protégé de Laplace, fait une description assez sèche du mémoire, soulignant que la principale nouveauté est l'équation de la chaleur obtenue par Fourier, mais sans mettre en valeur l'originalité des méthodes utilisées pour la résoudre. Lagrange est franchement sceptique quant aux méthodes mathématiques utilisées, tout comme Laplace, qui se laissera pourtant, de lettres en rencontres, peu à peu convaincre par les arguments de Fourier. Mais le compte-rendu attendu ne vient toujours pas. Nous sommes fin 1809, et l'Académie choisit comme thème du grand prix de 1812 *la théorie mathématique des lois de la propagation de la chaleur*.

Fourier est quasiment le seul à candidater, et enrichit son texte d'une présentation plus ample de la dérivation de l'équation de la chaleur. S'il remporte le prix, le communiqué annonçant sa victoire est laconique, voire franchement critique :

> *Cette pièce renferme les véritables équations différentielles de la transmission de la chaleur* [...]*. Son analyse* [celle de l'auteur] *pour les intégrer laisse encore quelque chose à désirer, soit relativement à la généralité, soit même du côté de la rigueur.*

Dhombres et Robert émettent l'hypothèse que Lagrange se cache derrière cette attaque concernant la généralité de telles décompositions, sans qu'il soit possible d'en apporter une preuve. Mais la paternité de l'équation de la chaleur est, du moins, entièrement attribuée à Fourier. Notons que d'autres contesteront par la suite à Fourier cette paternité des recherches sur la chaleur et ses équations,

---

8. Pour plus d'informations sur ces travaux de Cauchy, on pourra au choix lire son mémoire de 1823, aisément compréhensible pour un lecteur ayant quelques bases d'analyse et où il traite de questions d'optique (d'où les variétés caractéristiques), ou à l'article de Dahan-Dalmedico (1992), « L'intégration des EDP linéaires à coefficients constants dans les travaux de Cauchy (1821-1830) ».

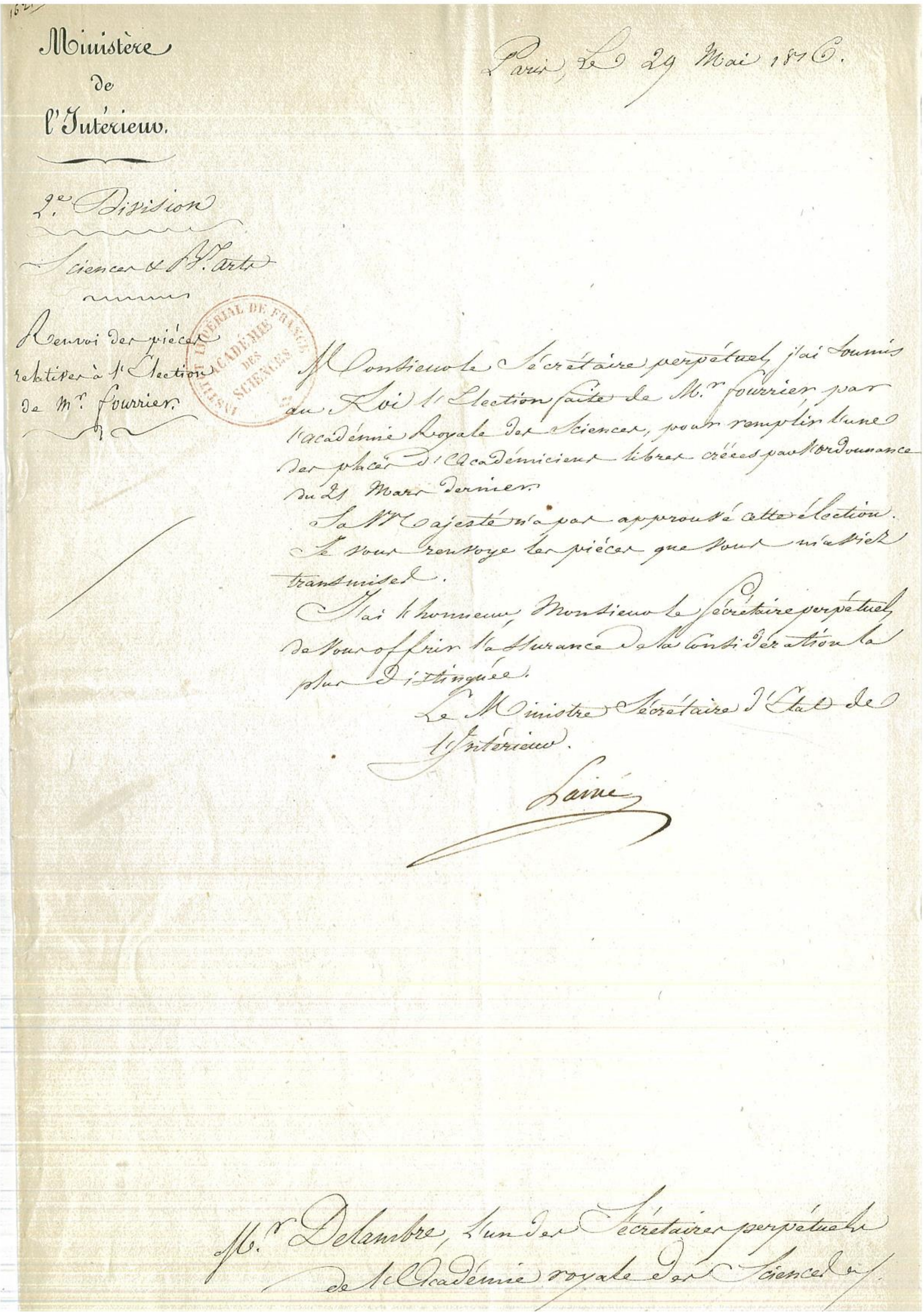
témoin Poisson qui, dans un article publié en 1816, en fait remonter l'origine aux travaux de Laplace et critique vertement l'analyse mathématique de Fourier. Double fureur de l'ancien préfet, tant pour la querelle d'antériorité, qui sera réglée par Laplace lui-même, que parce qu'il s'estime bafoué comme scientifique : chaque étape de son analyse est selon lui justifiée par des considérations physiques pleinement satisfaisantes.

En 1822, en appliquant la théorie de la chaleur à de nombreux autres domaines et en présentant un ouvrage entièrement abouti, il conforte cette position de pionnier dans l'étude de la chaleur ; mais, si Cauchy et Poisson reprennent certaines de ses transformations, les séries et les intégrales de Fourier sombrent peu à peu dans une forme d'indifférence, Arago ne les mentionnant même pas dans son éloge funèbre.

REPOS PARISIEN (1815-1830)

Quand il revient à Paris en 1815, Fourier trouve, grâce à un de ses anciens étudiants de l'École polytechnique, Chabrol de Volvic, préfet de la Seine, un poste au Bureau des statistiques de Paris. Il y poursuit des recherches qu'on imagine commencées lors de son séjour égyptien sur les procédés d'estimation en statistiques, sur les estimations d'erreur, fonde l'algorithme du simplexe si important en programmation linéaire et, fidèle à ses anciennes amours, applique ses nouvelles méthodes statistiques à une estimation de la taille des pyramides. Il renoue bien vite avec le Paris savant et envisage désormais sérieusement une candidature à l'Académie des Sciences. L'affaire n'est pas simple : Louis XVIII avait radié certains des membres les plus bonapartistes de la compagnie (Monge, Carnot, Bonaparte lui-même) et, fait unique dans l'histoire de l'Institut, nommé certains savants qu'il lui savait loyaux sans passer par une élection ; c'est ainsi que Cauchy et Bréguet font leur entrée sous la coupole.

Fourier, ancien préfet d'Empire, savait les difficultés qui se présentaient à lui. Cependant, sa réputation scientifique d'une part, et la curiosité de certains académiciens qui voulaient utiliser Fourier comme un moyen d'évaluer l'attitude du nouveau régime vis-à-vis des partisans du précédent, semblaient jouer en sa faveur. En 1816, il est élu, mais le Roi refuse de confirmer son élection jusqu'en 1817.


Ministère de l'Intérieur.

2e Division

Sciences & B. arts

Renvoi des pièces relatives à l'élection de Mr Fourrier.

Paris, le 29 Mai 1818.

Monsieur le Secrétaire perpétuel, j'ai soumis au Roi l'élection faite de Mr Fourrier par l'Académie Royale des Sciences, pour remplir l'une des places d'Académiciens libres créées par l'ordonnance du 21 Mars dernier.

Sa Majesté n'a pas approuvé cette élection. Je vous renvoye les pièces que vous m'aviez transmises.

J'ai l'honneur, Monsieur le Secrétaire perpétuel, de vous offrir l'assurance de ma considération la plus distinguée.

Le Ministre Secrétaire d'État de l'Intérieur.

Lainé

Mr Delambre, l'un des Secrétaires perpétuels de l'Académie royale des Sciences.

***Figure 20 :** Lettre de refus de l'élection de Fourrier [sic] à l'Académie des sciences, 29 mai 1818, signée du vicomte Lainé, secrétaire d'État à l'Intérieur.*

À presque cinquante ans, Fourier entre sous la coupole et peut, enfin, se dédier pleinement aux sciences. En 1821, il produit un mémoire sur l'effet de serre et donne une première étude précise du phénomène en utilisant ses propres méthodes.

S'il se concentre sur la rédaction de son mémoire de 1822, il envisage également de briguer le poste de Secrétaire perpétuel et parvient à se faire élire contre Biot, Arago s'étant désisté. Il est élu et entre en fonction en 1823. De cette place forte, il domine le champ scientifique. S'il conserve les habitudes de savant solitaire contractées pendant son séjour grenoblois, il s'associe à différents jeunes scientifiques et prend un rôle de premier plan dans la vie scientifique de la capitale. Collaborateur d'Œrstedt, il organise et élabore avec le jeune savant différentes expériences de thermoélectrique, rédige avec Ampère le rapport sur les travaux de Fresnel consacrés à la diffraction des cristaux, œuvre pour que Sophie Germain puisse assister aux séances de l'Académie. Les honneurs pleuvent sur lui : il devient en quelques années membre de l'Académie de médecine, membre de la *Royal Society* britannique et membre de l'Académie française.

Plus encore, il inspire à la fois les savants et les philosophes : il fait partie du public du premier cours de positivisme que Comte donne, en 1829, Comte qui lui rend hommage en le présentant comme le savant positiviste par excellence, comme l'homme qui, sans se préoccuper de considérations métaphysiques sur la chaleur et sa nature, est capable de fournir une description à même d'avoir une efficacité réelle. Cauchy, Ostrogradsky, Duhamel, Poisson... tous s'intéressent, à un moment ou un autre, aux travaux de Fourier, à la diffusion de la chaleur dans les solides, et l'on peut dire que, sur la fin de sa vie, Fourier fait désormais école. Si on peut s'étonner que l'équation de la chaleur ne soit pas plus couramment désignée par le nom de celui qui l'a découverte, que tout un pan des mathématiques s'appelle 'Analyse de Fourier' est un témoignage suffisant de l'importance de son œuvre.

Il s'éteint le 16 mai 1830.

La tombe de Fourier, au cimetière du Père Lachaise, laisse une curieuse impression. Placée au milieu du carré égyptien qui contient les dépouilles de plusieurs membres de l'expédition d'Égypte, sa sépulture ne comporte aucun signe religieux. Rappelons que Fourier est enterré avant la révolution de Juillet, donc sous le règne de Charles X, catholique en diable, et qu'il occupait un des premiers postes du royaume. Pourtant, c'est un disque solaire égyptien qui surplombe la sépulture. Dans la sépulture voisine repose Champollion-Figeac, frère de Champollion le Jeune.

Le buste qui orne sa tombe n'est pas le sien…

Figure 21 : Tombe de Joseph Fourier, cimetière du Père Lachaise *(WikiCommons cc-by-sa 3.0)*

(septembre 2020)

Annexe : le Salpêtre Républicain

Descendons dans nos souterrains :
La liberté nous y convie ;
Elle parle, républicains
Et c'est la voix de la patrie.
Lavez la terre, en un tonneau ;
En faisant évaporer l'eau,
Bientôt le nitre va paraître.
Pour visiter Pitt, en bateau,
Il ne nous faut que du salpêtre.

Mettons fin à l'ambition
De tous les rois, tyrans du monde,
De ces pirates d'Albion,
Qui prétendaient régner sur l'onde ;
Nous avons tout ce qu'ils n'ont pas :
Nous avons le cœur et les bras,
D'hommes libres et faits pour l'être ;
Nous avons du fer, des soldats :
Ce qu'il nous faut, c'est du salpêtre.

C'est dans le sol de nos caveaux,
Que gît l'esprit de mes ancêtres :
Ils enterraient sous leurs tonneaux,
Le noir chagrin d'avoir des maîtres.
Cachant sous l'air de la gaîté,
Leur amour pour la liberté,
Ce sentiment n'osait paraître ;
Mais dans le sol, il est resté,
Et cet esprit, c'est du salpêtre.

On verra le feu du Français,
Fondre la glace germanique ;
Tout doit répondre à ses succès,
Vive à jamais la République !
Précurseurs de la liberté,
Des lois et de l'égalité,
Tels partout on doit nous connaître :
Vainqueurs des bons, par la bonté,
Et des méchants, par le salpêtre.

Bibliographie

1. A. Allix. *La construction de la route du Lautaret*. 1929.
2. F. Arago. « Éloge historique de Joseph Fourier. » *Lu à la séance publique de l'Académie des Sciences le 18 Novembre 1833*, 1833.
3. D. Bernoulli. « Réflexions et éclaircissemens sur les nouvelles vibrations des cordes exposées dans les mémoires de l'académie de 1747 et 1748 ». In *Hist. de l'Acad. Roy. de Berlin (1753- 1755)*.
4. J. l. R. d'Alembert. « Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibrations ». In *Hist. de l'Acad. Roy. de Berlin (1747-1750)*.
5. J. l. R. d'Alembert. « Suite des recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibrations ». In *Hist. de l'Acad. Roy. de Berlin (1747-1750)*.
6. J. l. R. d'Alembert. « Sur la vibration des cordes sonores ». In *Opuscules mathématiques I*, 1761.
7. A. D. Dalmedico. « L'intégration des équations aux dérivées partielles linéaires à coefficients constants dans les travaux de Cauchy (1821-1830). » *Revue d'histoire des sciences*, 1992.
8. Y. de Laissus. *L'Égypte, une expédition savante*. Fayard, 1998.
9. E. de Villiers du Terrage. *Journal et souvenirs sur l'expédition d'Égypte : 1798-1801*.
10. J. Dhombres (éditeur). *L'École Normale de l'an III- Vol1.Leçons de mathématiques*. Editions Rue d'Ulm, 1992.
11. J. Dhombres et J.-B. Robert. *Fourier créateur de la physique-mathématiques*. Belin, 1998.
12. J. Dhombres, « Des théorèmes de la Révolution, ou l'inscription des mathématiques dans l'Histoire », *Mélanges de l'école française de Rome*, Année 1992, 104-1 pp. 191-214 (en ligne Persée).
13. L. Euler. « Sur la vibration des cordes ». In *Hist. de l'Acad. Roy. de Berlin (1748-1750)*.
14. L. Euler. » Eclaircissement sur le mouvement des cordes vibrantes ». In *Mélanges de Turin*, 1765.
15. L. Euler. « Sur le mouvement d'une corde qui au commencer n'a été ébranlée que dans une parties ». In *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, 1765.

16. J. Fourier. « Mémoire sur la propagation de la chaleur dans les corps solides ». *Nouveau Bulletin des sciences par la Société philomatique de Paris*, 1807.

17. J. Fourier. *Théorie analytique de la chaleur*. Firmin Didot, Père et fils, 1822.

18. J. Fourier. *Mémoire sur la température du globe terrestre et des espaces planétaires*. *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, 1824.

19. J. Fourier. *Mémoire sur les résultats moyens déduits d'un grand nombre d'observations. Recherches statistiques sur la ville de Paris et le département de la Seine*, 1826.

20. I. Grattan-Guinness and J. Ravetz. *Joseph Fourier, 1768-1830. A survey of his life and work, based of his monograph on the propagation of heat, presented to the Institut de France in 1807*. Cambridge, Mass. and London, 1972.

21. P. Gueniffey. *Le Dix-huit Brumaire. L'épilogue de la Révolution Française (9-10 novembre 1799)*. Gallimard, 2008.

22. J.-P. Kahane. « Le retour de Fourier ». *Communication à l'Académie des Sciences*, 2005.

23. J.-P. Kahane and P.-G. Lemarié-Rieusset. *Séries de Fourier et ondelettes*. Cassini, 1998.

24. J.-L. Lagrange. « Recherches sur la nature et la propagation du son ». In *Mélanges de Turin*, 1759.

25. J. Lützen. *The Prehistory of the Theory of Distributions (Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences, Vol. 7)*. Springer, 1982.

26. A. Robinson. *Cracking the Egyptian Code: The Revolutionary Life of Jean-Francois Champollion*. Thames & Hudson Ltd, 2012.

27. B. Taylor. « De motu nervi tensi ». In *The Philosophical transactions and collections of the royal society*, 1713.